

# **PENGANTAR AKUSTIK**

**Erna Kusuma Wati**

# **Pengantar Akustik**

**Erna Kusuma Wati**

**LP-UNAS**

# **Pengantar Akustik**

**Oleh: Erna Kusuma Wati**

Hak Cipta© 2020 pada penulis

Editor : Fitri Rahmah  
Penyunting : Fitria Hidayanti  
Desain Cover : Rudi Ristanto

Hak Cipta dilindungi Undang-undang.  
Dilarang Memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, baik secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotocopy, merekam atau dengan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin dari penulis.

**ISBN : 9 786237 376729**

Penerbit : LP\_UNAS  
Jl.Sawo Manila, Pejaten Pasar Minggu, Jakarta Selatan  
Telp. 021-78067000 (Hunting) ext.172  
Faks. 021-7802718  
Email : [bee\\_bers@yahoo.com](mailto:bee_bers@yahoo.com)

ISBN 978-623-7376-72-9



## **KATA PENGANTAR**

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT sehingga buku yang berjudul “Pengantar Akustik” telah selesai disusun. Buku ini disusun agar dapat membantu para mahasiswa untuk lebih memahami penerapan ilmu pengolahan sinyal dalam beberapa kasus di lapangan.

Penulis pun menyadari jika didalam penyusunan buku ini mempunyai kekurangan, namun penulis meyakini sepenuhnya bahwa sekecil apapun buku ini tetap akan memberikan sebuah manfaat bagi pembaca.

Jakarta, November 2020.

Penulis

**Erna Kusuma Wati**

## DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi.....	iv
Bab 1. Dinamika Fluida.....	1
1. 1 Hukum konservasi .....	2
1. 2 Persamaan gelombang, kecepatan suara, dan energi akustik .....	7
Bab 2. Persamaan Gelombang.....	14
2. 1 Pendahuluan.....	14
2. 2 Kecepatan Suara .....	20
2. 3 Sumber Suara.....	36
2. 4 Energi Akustik .....	50
2. 5 Fungsi Green .....	71
Bab 3. Akustik satu dimensi.....	84
3. 1 Gelombang Bidang .....	84
3. 2 Persamaan Dasar .....	91
3. 3 Istilah Sumber .....	112
3. 4 Orifice dan perilaku amplitudo .....	132
Bab 4. Aero Acoustical Application .....	161
4. 1 Aplikasi Aero akustik .....	162
4. 2 one dimensional acoustic.....	163
Bab 5. Resonator dan osilasi Mandiri .....	176

5. 1 Osilasi mandiri, Lapisan Geser.....	176
5. 2 Aplikasi Osilasi mandiri, .....	193
Daftar Pustaka.....	202
Tentang Penulis.....	208

# **1. Dinamika Fluida**

---

Merupakan subdisiplin dari mekanika fluida yang mempelajari fluida bergerak. Fluida terutama cairan dan gas. Penyelsaian dari masalah dinamika fluida biasanya melibatkan perhitungan banyak properti dari fluida, seperti kecepatan, tekanan, kepadatan dan suhu, sebagai fungsi ruang dan waktu.

Disiplin ini memiliki beberapa subdisiplin termasuk aerodinamika (penelitian gas) dan hidrodinamika (penelitian cairan). Dinamika fluida memiliki aplikasi yang luas. Contohnya, ia digunakan dalam menghitung gaya dan moment pada pesawat, mass flow rate dari petroleum dalam jalur

pipa, dan perkiraan pola cuaca, dan bahkan teknik lalu lintas, di mana lalu lintas diperlakukan sebagai fluida yang berkelanjutan.

## **1.1 Hukum konservasi dan persamaan konstitutif**

Dalam dinamika fluida kami menganggap gas dan cairan sebagai sebuah kontinum: kami berasumsi bahwa kami dapat mendefinisikan "partikel fluida" yang lebih besar dibandingkan dengan skala molekuler tetapi kecil dibandingkan dengan skala panjang lainnya dalam masalah kami.

Kita dapat mendeskripsikan gerakan fluida dengan menggunakan hukum massa,

momentum, dan kekekalan energi yang diterapkan pada partikel fluida elementer. Bentuk integral dari persamaan kekekalan diberikan dalam Lampiran A. Menerapkan hukum ini ke elemen volume yang sangat kecil menghasilkan persamaan dalam bentuk diferensial, yang mengasumsikan bahwa sifat fluida adalah kontinu dan turunannya ada. Oleh karena itu, dalam beberapa kasus kami akan menggunakan hukum integral yang lebih umum.

Dalam bentuk diferensial 1 yang kita miliki untuk konservasi massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = m, \quad \text{atau} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = m,$$

$\rho$  adalah rapat jenis fluida

$v$  ( $v_i$ ) adalah kecepatan aliran pada posisi  $x$  ( $x_i$ ) dan waktu  $t$ .

Pada prinsipnya kita akan mempertimbangkan situasi di mana massa dikonservasi dan pada umumnya  $m \neq 0$ . Namun, istilah sumber massa  $m$  dapat digunakan sebagai representasi untuk proses kompleks yang tidak ingin kami gambarkan secara rinci. Misalnya, aksi bola yang berdenyut atau injeksi panas dapat didekati dengan baik dengan istilah sumber massa tersebut.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \nabla \cdot (\mathbf{P} + \rho v \mathbf{v}) = \mathbf{f} + m \mathbf{v}, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) \quad (1.2)$$

atau

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (P_{ji} + \rho v_j v_i) = f_i + m v_i$$

$f$  ( $f_i$ ) = adalah kerapatan gaya eksternal (seperti gaya gravitasi),

$P$  ( $P_{ij}$ ) adalah minus tensor tegangan fluida,

dan massa yang mengeluarkan menambah momentum dengan sejumlah  $mv$ .

Dalam beberapa kasus seseorang dapat merepresentasikan pengaruh suatu benda seperti baling-baling dengan kerapatan gaya  $f$  yang bekerja pada fluida sebagai sumber momentum.

Ketika kita menerapkan persamaan (1.1) kita memperoleh untuk (1.2) Tensor tegangan fluida berhubungan dengan tekanan  $p$  dan tensor tegangan viskos  $\tau$  ( $\tau_{ij}$ ) dengan hubungan:

$$\mathbf{P} = p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau} \text{ atau } P_{ij} = p \delta_{ij} - \tau_{ij}$$

$\mathbf{I} = \delta_{\bar{i}\bar{j}}$  adalah unit tensor, dan  $\delta_{ij}$  adalah delta Kronecker<sup>4</sup>. Di sebagian besar aplikasi

yang kami pertimbangkan dalam sekuel, kami dapat mengabaikan tekanan kental. Jika ini bukan kasusnya, biasanya diasumsikan hubungan antara  $\tau$  dan laju deformasi elemen fluida, yang dinyatakan dalam tensor laju  $\nabla v + (\nabla v)^T$ . Perlu dicatat bahwa karakteristik fluida adalah ia menentang laju deformasi, daripada deformasi itu sendiri, seperti dalam kasus padatan. Jika hubungan ini linier, fluida digambarkan sebagai Newtonian dan persamaan kekekalan momentum yang dihasilkan disebut sebagai persamaan Navier-Stokes. Bahkan dengan penyederhanaan yang drastis, untuk fluida terkompresi seperti yang kita pertimbangkan

dalam akustik, persamaannya cukup rumit. Penyederhanaan yang cukup diperoleh ketika kita mengasumsikan hipotesis Stokes, bahwa fluida berada dalam kesetimbangan termodinamika lokal, sehingga tekanan  $p$  dan tekanan termodinamika adalah setara.

## **1.2 Persamaan gelombang, kecepatan suara, dan energi akustik**

### 1.2.1 Persamaan Gelombang

Persamaan gelombang adalah persamaan diferensial linier orde dua yang penting untuk mendeskripsikan gelombang — sebagaimana terjadi dalam fisika klasik — seperti gelombang mekanis (misalnya gelombang air, gelombang suara, dan gelombang seismik) atau

gelombang cahaya . Ini muncul di bidang seperti akustik , elektromagnetik , dan dinamika fluida.

Persamaan gelombang adalah persamaan diferensial parsial yang dapat membatasi beberapa fungsi skalar  $u = u(x_1, x_2, \dots, x_n; t)$  dari variabel waktu  $t$  dan satu atau lebih variabel spasial  $x_1, x_2, \dots, x_n$  . Kuantitas  $u$  dapat berupa, misalnya, tekanan dalam cairan atau gas, atau perpindahan , sepanjang arah tertentu, dari partikel-partikel padatan yang bergetar menjauhi posisi diamnya. Persamaannya adalah

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} \right)$$

dengan  $c$  adalah koefisien riil non-negatif tetap.

### 1.2.2 Kecepatan suara

Kecepatan suara adalah istilah yang digunakan untuk menyebut kecepatan gelombang suara yang merambat pada medium elastisitas. Pada ketinggian air laut, dengan suhu  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $68\text{ }^{\circ}\text{F}$ ) dan kondisi atmosfer normal, kecepatan suara adalah  $343\text{ m/detik}$  ( $1238\text{ km/jam}$ ). Kecepatan rambatan gelombang suara ini dapat berbeda tergantung medium yang dilewati (misalnya suara lebih cepat melalui air daripada udara), sifat-sifat medium tersebut, dan suhu.

Kecepatan suara pada gas ideal hanya tergantung pada suhu dan komposisinya. Kecepatan memiliki ketergantungan lemah terhadap frekuensi dan tekanan pada udara normal, berbeda sedikit dari keadaan ideal. Dalam dinamika fluida, kecepatan suara pada medium cair (gas atau liquid) digunakan sebagai pengukuran relatif untuk kecepatan objek yang bergerak melalui medium tersebut. Rasio antara kecepatan objek terhadap kecepatan suara dalam fluida disebut bilangan Mach.

Kecepatan suara dalam notasi matematika dilambangkan dengan  $c$ , dari bahasa Latin *celeritas* yang berarti "kelajuan".

Secara umum, kecepatan suara  $c$  dinyatakan dengan persamaan Newton–Laplace:

$$c = \sqrt{\frac{K_s}{\rho}}$$

dengan

- $K_s$  adalah koefisien kekerasan, modulus bulk isentropik (atau modulus elastisitas bulk untuk gas);
- $\rho$  adalah massa jenis.

### Energi Akustik

Secara mendasar akustik adalah ilmu yang mempelajari aspek-aspek terkait dengan gelombang suara, baik dari sisi:

- Pembangkitannya, yaitu bagaimana suara dihasilkan,

- Penjalaranya, yaitu bagaimana gelombang suara dipropagasikan, dan
- Persepsi, yaitu bagaimana gelombang suara di respon oleh sistem pendengaran (telinga) secara obyektif dan subyektif

Secara fisis, akustik dapat dilihat sebagai variasi tekanan yang berubah terhadap waktu maupun posisi yang bergerak osilatif di dalam medium (gas, liquid atau solid). Sehingga kalau ditelusuri lebih rinci, formulasi akustik melibatkan persoalan multi-fisis. Persoalan ini mengkaji persamaan gelombang yang di bangun melibatkan variabel fisis dan persamaan keadaan dalam medium tersebut serta mekanisme fisis yang terdapat di sumber

dan penerima yang terkait dengan kecepatan partikel dan variabel fisis lainnya.

## 2. PERSAMAAN GELOMBANG

---

### 2.1 Pendahuluan

Persamaan gelombang adalah PDE hiperbolik linier orde dua yang menggambarkan perambatan berbagai gelombang, seperti gelombang suara atau air. Ini muncul di berbagai bidang seperti akustik, elektromagnetik, atau dinamika fluida. Dalam bentuk yang paling sederhana, persamaan gelombang yang mengacu pada fungsi skalar

$u = u(r, t), r \in R^n$  yang memenuhi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 u$$

Pendefinisian suara sebagai gangguan tekanan yang merambat sebagai gelombang dan yang dapat dideteksi oleh telinga manusia. Dalam studi ini dibatasi pada udara dan air. Di udara kering pada suhu 20°C kecepatan suara  $c$  adalah 344 m / s, sedangkan di air ditemukan nilai tipikal 1500 m / s.

Sensitivitas maksimum telinga sekitar 3 kHz, (yang sesuai dengan peluit polisi!). Suara melibatkan berbagai level daya:

- ketika berbisik menghasilkan sekitar 10–10 Watts,
- ketika berteriak menghasilkan sekitar 10–5 Watts,
- sebuah pesawat jet saat lepas landas

menghasilkan sekitar 105 Watt.

- Mengingat rentang tingkat daya yang besar ini dan karena telinga kita secara kasar memiliki sensitivitas logaritmik, kami biasanya menggunakan skala desibel untuk mengukur tingkat suara. Tingkat Daya Suara (PWL) diberikan dalam desibel (dB) oleh:
- $PWL = 10 \log_{10} (\text{Daya} / 10^{-12} \text{W})$ .
- Sound Pressure Level (SPL) diberikan oleh:

$$SPL = 20 \log_{10} (p'_{rms} / p_{ref})$$

Untuk gelombang akustik dalam medium stagnan, gelombang bidang progresif

melibatkan perpindahan partikel fluida dengan kecepatan ur yang diberikan

$$u^l = p^l / \rho_0 c_0$$

Faktor  $\rho_0 c_0$  disebut impedansi karakteristik dari fluida. Dengan membagi (2.8) dengan  $c_0$  kita melihat dengan menggunakan (1.13) dalam bentuk  $p_0 = c_0^2 \rho_0$  bahwa bilangan Mach akustik  $u_0 / c_0$  adalah ukuran untuk variasi kerapatan relatif  $\rho_0 / \rho_0$ . Dengan tidak adanya aliran rata-rata ( $u_0 = 0$ ) ini berarti bahwa suku konvektif seperti  $\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$  dalam kekekalan momentum (1,20) adalah orde kedua dan dapat diabaikan dalam pendekatan linier.

Amplitudo perpindahan partikel fluida  $\delta$  sesuai dengan perambatan gelombang harmonik pada frekuensi melingkar  $\omega = 2\pi f$  diberikan oleh:  $\delta = |u_0| / \omega$ .

$$\delta = |u'|/\omega.$$

Oleh karena itu, untuk  $f = 1$  kHz kita ada di udara:

$$\text{SPL} = 140 \text{ dB}, p'_{rms} = 2 \cdot 10^2 \text{ Pa}, u' = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}, \delta = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{SPL} = 0 \text{ dB}, p'_{rms} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}, u' = 5 \cdot \frac{10^{-8} \text{ m}}{\text{s}}, \delta = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Untuk membenarkan linearisasi persamaan gerak, perpindahan akustik  $\delta$  harus lebih kecil dibandingkan dengan skala panjang karakteristik  $L$  dalam geometri yang

dipertimbangkan. Dengan kata lain, bilangan Strouhal akustik  $St = \frac{L}{\delta}$  harus besar. Khususnya, jika  $\delta$  lebih besar dari jari-jari kelengkungan  $R$  dinding di tepinya, aliran akan terpisah dari dinding yang mengakibatkan pelepasan pusaran. Jadi bilangan Strouhal akustik kecil  $R / \delta$  menyiratkan bahwa efek non-linier karena pelepasan pusaran itu penting. Secara umum redaman gelombang suara meningkat dengan frekuensi. Ini menjelaskan mengapa kita mendengar frekuensi rendah dari sebuah pesawat terbang semakin ditekankan saat ia terbang dari dekat titik pengamatan. Dengan adanya dinding, disipasi kental dan konduksi termal akan menghasilkan redaman

gelombang yang signifikan dalam jarak yang cukup pendek. Amplitudo gelombang bidang yang merambat sepanjang luas permukaan penampang  $A$  tabung dan keliling  $L_p$  akan berkurang dengan jarak  $x$  sepanjang tabung mengikuti faktor eksponensial  $e^{-\alpha x}$ , di mana koefisien redaman  $\alpha$  diberikan pada cukup tinggi.

$$\alpha = \frac{L_p}{2Ac} \sqrt{\pi f v} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{v/a}} \right).$$

## **2.1 KECEPATAN SUARA**

### **2.1.1 Gas Ideal**

Ketergantungan kecepatan suara dalam gas dan air pada beberapa parameter seperti suhu. Udara pada tekanan atmosfer berperilaku sebagai gas ideal. Persamaan

keadaan untuk gas ideal adalah:

$$p = \rho RT,$$

dengan  $p$  adalah tekanan,  $\rho$  adalah massa jenis dan  $T$  adalah suhu absolut.  $R$  adalah konstanta gas spesifik yang terkait dengan konstanta Boltzmann  $k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23}$  J / K dan bilangan Avogadro  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup> oleh:

$$R = k_B N_A / M,$$

dimana  $M$  adalah massa molar gas (dalam kg / mol). Untuk udara  $R = 286,73$  J / kg K. Untuk gas ideal kita memiliki hubungan lebih lanjut:

$$R = C_P - C_V$$

di mana  $C_P$  dan  $C_V$  masing-masing

adalah kalor spesifik pada tekanan dan volume konstan. Untuk gas ideal energi internal  $e$  hanya bergantung pada suhu [168], dengan (1.15) mengarah ke  $de = C_V dT$ , sehingga dengan menggunakan hukum kedua termodinamika, kita temukan untuk proses isentropik ( $ds = 0$ ):

$$C_V dT = -p d(\rho^{-1}) \quad \text{or} \quad \frac{dT}{T} = \frac{R}{C_V} \frac{d\rho}{\rho}.$$

Dengan menggunakan (2.29) dan (2.31) kami menemukan proses isentropik:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho},$$

Konstanta gas universal adalah:  $R = k_B N = 80,31431 \text{ J / K mol}$ .

Dimana

$$\gamma = C_P/C_V$$

adalah rasio panas spesifik. Perbandingan (2.33) dengan definisi kecepatan suara  $c^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$

hasil:

$$c = (\gamma p / \rho)^{1/2} \quad \text{atau} \quad c = (\gamma RT)^{1/2}.$$

Kita melihat dari persamaan ini bahwa kecepatan suara gas ideal dari komposisi kimia tertentu hanya bergantung pada suhu. Untuk campuran gas ideal dengan fraksi mol  $X_i$  komponen  $i$ , massa molar  $M$  diberikan oleh:

$$M = \sum_i M_i X_i$$

Dimana  $M_i$  adalah massa molar komponen  $i$ . Rasio kalor jenis  $\gamma$  campuran dapat dihitung dengan:

$$\gamma = \frac{\sum X_i \gamma_i / (\gamma_i - 1)}{\sum X_i / (\gamma_i - 1)}$$

karena  $\gamma_i = C_{p,i} / (C_{p,i} - R)$  dan  $\gamma_i = C_{v,i} / C_{v,i}$ ,  
 $i$ . Untuk udara  $\gamma = 1.402$ , sedangkan kecepatan suara di  $T = 273.15$  K adalah  $c = 331.45$  m / s. Kelembaban di udara hanya akan sedikit mempengaruhi kecepatan suara tetapi secara drastis akan mempengaruhi redaman, karena keluar dari kesetimbangan termodinamika.

### 2.1.2 Air

Untuk air murni, kecepatan suara pada kisaran suhu 273 K sampai 293 K dan pada

kisaran tekanan 105 sampai 107 Pa dapat dihitung dari rumus empiris:

$$c = c_0 + a(T - T_0) + bp$$

dimana  $c_0 = 1447 \text{ m / s}$ ,  $a = 4,0 \text{ m / sK}$ ,  $T_0 = 283,16 \text{ K}$  dan  $b = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m / sPa}$ .

Keberadaan garam di air laut memang berpengaruh signifikan terhadap kecepatan suara.

### **2.1.3 Cairan berbuisa pada frekuensi rendah**

keberadaan gelembung udara di air dapat memiliki efek dramatis pada kecepatan suara. Kecepatan suara menurut definisi ditentukan oleh kepadatan "massa"  $\rho$  dan modulus curah isentropic:

$$\mathcal{K}_s = \rho \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$$

yang merupakan ukuran untuk "kekakuan" fluida. Kecepatan suara  $c$ , diberikan oleh:

$$c = (\mathcal{K}_s / \rho)^{\frac{1}{2}}$$

Model pegas massa ini digunakan oleh Newton untuk menurunkan persamaan diatas kecuali fakta bahwa ia menggunakan  $K_T$  modulus curah isothermal daripada  $K_s$ . Hal ini mengakibatkan kesalahan sebesar  $\gamma$  1/2 dalam kecepatan prediksi suara di udara yang dikoreksi oleh Laplace. Sebagian kecil gelembung udara yang ada dalam air sangat mengurangi modulus  $K_s$ , sementara pada saat yang sama kerapatan  $\rho$  tidak terlalu terpengaruh. Karena  $K_s$  campuran dapat

mendekati untuk udara murni.

diperoleh ekspresi kecepatan suara  $c$  campuran sebagai fungsi fraksi volume  $\beta$  gas di dalam air. Kepadatan  $\rho$  dari campuran diberikan oleh:

$$\rho = (1 - \beta) \rho_4 + \beta \rho_g$$

dimana  $\rho_4$  dan  $\rho_g$  adalah massa jenis cairan dan gas. Jika kita mempertimbangkan perubahan kecil dalam tekanan  $dp$  kita memperoleh:

$$\frac{d\rho}{dp} = (1 - \beta) \frac{d\rho_\ell}{dp} + \beta \frac{d\rho_g}{dp} + (\rho_g - \rho_\ell) \frac{d\beta}{dp}$$

dimana kami mengasumsikan baik gas dan cairan untuk kompres secara isothermal [42].

Jika tidak ada gas yang larut dalam cairan, sehingga fraksi massa ( $\beta \rho_g / \rho$ ) gas tetap

konstan, kita mendapatkan:

$$\rho_g \frac{d\beta}{dp} + \beta \frac{d\rho_g}{dp} - \frac{\beta \rho_g}{\rho} \frac{d\rho}{dp} = 0.$$

Menggunakan notasi  $c^2 = dp / d\rho$ ,  $c^2_g = dp / d\rho_g$  dan  $c^2 = dp / d\rho$ , kita temukan dengan menghilangkan  $d\beta / dp$

$$\frac{1}{\rho c^2} = \frac{1 - \beta}{\rho_l c_l^2} + \frac{\beta}{\rho_g c_g^2}.$$

Menarik untuk melihat bahwa untuk nilai kecil  $\beta$  kecepatan suara  $c$  turun drastis dari  $c_l$  pada  $\beta = 0$  menuju nilai yang lebih rendah dari  $c_g$ . Kecepatan minimum suara terjadi pada  $\beta = 0,5$ , dan pada 1 bar kita temukan misalnya pada campuran air / udara  $c = 24 \text{ m / s}$ ! Dalam kasus  $\beta$  tidak mendekati nol atau satu, kita dapat

menggunakan fakta bahwa  $\rho_g c_g^2 = \beta \rho_l c^2$  dan  $\rho_g = \beta \rho_l$ , dengan:

$$\rho_l c^2 \simeq \frac{\rho_g c_g^2}{\beta}, \quad \text{or} \quad c^2 \simeq \frac{\rho_g c_g^2}{\beta(1-\beta)\rho_l}.$$

Fraksi gas menentukan modulus curah  $\rho_g c_g^2 / \beta$  dari campuran, sedangkan air menentukan densitas  $(1-\beta)\rho_l$ . Oleh karena itu, kami melihat bahwa keberadaan gelembung di sekitar kapal dapat secara dramatis mempengaruhi perambatan suara di dekat permukaan. Gelembung udara juga diperkenalkan di air laut di dekat permukaan oleh gelombang permukaan. Dinamika gelembung yang melibatkan osilasi.

### 2.1.4 Gradien Suhu

Untuk media stagnan yang homogen. Kita telah melihat di bagian 2.3 bahwa kecepatan suara di atmosfer diharapkan sangat bervariasi sebagai akibat dari gradien suhu. Dalam banyak kasus, ketika panjang gelombang akustik kecil dibandingkan dengan panjang gradien suhu (jarak di mana terjadi variasi suhu yang signifikan). Namun menarik untuk mendapatkan persamaan gelombang dalam kasus yang lebih umum: untuk gas ideal yang stagnan dengan distribusi suhu yang berubah-ubah. Kita mulai dari persamaan linierisasi untuk kekekalan massa, momentum, dan energi untuk gas yang stagnan:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}') &= 0 \\ \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \nabla p' &= 0 \\ \frac{\partial s'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 &= 0,\end{aligned}$$

dimana  $\rho_0$  dan  $s_0$  bervariasi dalam ruang.

Persamaan konstitutif untuk aliran isentropik

( $Ds / Dt = 0$ ):

$$\frac{Dp}{Dt} = c^2 \frac{D\rho}{Dt}$$

dapat ditulis sebagai:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 = c_0^2 \left( \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 \right).$$

Menggabungkan dengan persamaan kontinuitas

$$\left(\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0\right) + \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0.$$

Jika kita menganggap gradien suhu di atas ketinggian kecil (dalam tabung horizontal misalnya) sehingga variasi  $p_0$  dapat diabaikan ( $\nabla p_0 / p_0 \approx \nabla T_0 / T_0$ ), kita dapat memperkirakan dengan:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}' = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t}.$$

Mengambil divergensi hukum kekekalan momentum menghasilkan:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{v}') + \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p' \right) = 0.$$

Dengan menghilangkan  $\nabla \cdot \mathbf{v}'$  kami memperoleh:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \rho_0 \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p' \right) = 0.$$

Untuk gas ideal  $c^2 = \gamma p_0 / \rho_0$ , dan karena kita mengasumsikan  $p_0$  seragam, kita mendapatkan  $\rho_0 c^2$ , yang diberikan oleh:

$$\rho_0 c_0^2 = \gamma p_0$$

merupakan konstanta sehingga persamaan (2.49) dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla \cdot (c_0^2 \nabla p') = 0.$$

Ini adalah persamaan gelombang yang agak rumit, karena  $c_0$  tidak seragam. Perkiraan ini disebut akustik geometris atau sinar. Untuk fluktuasi tekanan  $p_r$  dalam gas ideal tidak

seragam yang stagnan tidak berlaku untuk fluktuasi densitas. Ini karena di sini fluktuasi densitas  $\rho'$  tidak hanya berhubungan dengan fluktuasi tekanan tetapi juga efek konvektif. Variabel akustik mana yang dipilih untuk digunakan hanya berbeda dalam fluida diam.

### 2.1.6 Pengaruh aliran rata – rata

Lihat juga Lampiran F. Dengan adanya aliran rata-rata yang memuaskan

$$\nabla \cdot \rho_0 v_0 = 0, \quad \rho_0 v_0 \cdot \nabla v_0 = -\nabla p_0, \quad v_0 \cdot \nabla s_0 = 0, \quad v_0 \cdot \nabla p_0 = c_0^2 v_0 \cdot \nabla \rho_0,$$

hukum konservasi linier, dan persamaan konstitutif untuk aliran isentropik, menjadi (tanpa sumber):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' + \rho' \nabla \cdot \mathbf{v}_0 &= 0 \\ \rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}_0 \right) + \rho' \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}_0 &= -\nabla p' \\ \frac{\partial s'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 &= 0. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 = c_0^2 \left( \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 \right) + c_0^2 (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla \rho_0) \left( \frac{p'}{p_0} - \frac{\rho'}{\rho_0} \right)$$

Persamaan gelombang hanya dapat diperoleh dari persamaan-persamaan ini jika asumsi penyederhanaan diperkenalkan. Untuk medium seragam dengan kecepatan aliran seragam  $\mathbf{v}_0 = 0$  kita dapatkan:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right)^2 p' - c_0^2 \nabla^2 p' = 0$$

## 2.2 Sumber suara

### 2.2.6 kembali pada masalah dan keunikan sumber

Sebagai titik awal untuk penurunan persamaan gelombang kita telah menggunakan persamaan gerak yang dilinierisasi dan diasumsikan bahwa Tanpa batasan ini kita masih bisa (dalam kondisi tertentu) mendapatkan persamaan gelombang. Persamaan gelombang sekarang akan menjadi non-homogen, yaitu akan mengandung istilah sumber. Misalnya, kita mungkin menemukan dengan tidak adanya aliran rata-rata:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p' = q.$$

Seringkali kita akan mempertimbangkan situasi di mana sumber  $q$  terkonsentrasi di wilayah ruang terbatas yang tertanam dalam fluida seragam yang stagnan. Seperti yang akan kita lihat nanti, bidang akustik  $p_r$  secara resmi dapat ditentukan untuk distribusi sumber tertentu  $q$  melalui fungsi Green. Pr solusi ini unik. Perlu dicatat bahwa apa yang disebut masalah inversi untuk menentukan  $q$  dari pengukuran  $p_r$  di luar wilayah sumber tidak memiliki solusi unik tanpa setidaknya beberapa informasi tambahan tentang struktur sumber.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2\right)(p' + F) = q + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2\right)F.$$

### 2.2.7 injeksi dan momentum

Sebagai contoh pertama dari persamaan gelombang non-homogen, kami mempertimbangkan pengaruh suku sumber massa  $m$  pada fluida stagnan yang seragam. Kami selanjutnya mengasumsikan bahwa pendekatan linier valid. Pertimbangkan persamaan kekekalan massa yang tidak homogen

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = m$$

dan bentuk linear dari persamaan kekekalan momentum Sumber  $m$  terdiri dari massa densitas  $\rho_m$  fraksi volume  $\beta = \beta(x, t)$  diinjeksikan dengan kecepatan

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \nabla p' = f.$$

$$m = \frac{\partial}{\partial t}(\beta \rho_m).$$

Daerah sumber adalah di mana  $\beta \neq 0$ . Karena massa yang diinjeksikan menggeser massa asli  $\rho_f$  dengan jumlah volume yang sama (tetapi negatif), total densitas fluida adalah

$$\rho = \beta \rho_m + (1 - \beta) \rho_f$$

dimana bahan yang diinjeksikan tidak bercampur dengan fluida aslinya. Gantikan (2.58) di (2.55) dan hilangkan  $\beta \rho_m$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial}{\partial t} (\beta \rho_f).$$

Hilangkan  $\rho \mathbf{v}$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho_f - \nabla^2 p' = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\beta \rho_f) - \nabla \cdot \mathbf{f}.$$

Jika kita berasumsi, untuk kesederhanaan,  $\rho_f$  itu  $c^2 \rho_f$  di mana-mana, di mana  $p'$  adalah bagian berfluktuasi  $p$  yang sesuai dengan bidang suara di luar wilayah sumber, maka

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p' - \nabla^2 p' = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\beta \rho_f) - \nabla \cdot \mathbf{f}$$

Rumus diatas menunjukkan bahwa injeksi massa adalah sumber suara,

terutama karena perpindahan fraksi volume  $\beta$  dari fluida asli  $p$  f. Oleh karena itu, menginjeksikan massa dengan kepadatan  $p_m$  yang besar belum tentu merupakan sumber suara yang efektif.

### **2.2.8 Analogi lighthill**

persamaan Lighthill secara formal tepat (yaitu diturunkan tanpa pendekatan dari persamaan Navier-Stokes), ini hanya berguna jika kita mempertimbangkan kasus daerah sumber terbatas yang tertanam dalam fluida stagnan yang seragam. Setidaknya kita berasumsi bahwa pendengar yang mendeteksi medan akustik pada titik  $x$  pada waktu  $t$  dikelilingi oleh fluida stagnan seragam yang dicirikan oleh kecepatan suara  $C_0$ . Oleh karena itu bidang

akustik pada pendengar harus secara akurat dijelaskan oleh persamaan gelombang:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = 0$$

Ide kunci dari apa yang disebut "analogi aero-akustik" dari Lighthill adalah bahwa kita sekarang memperoleh dari persamaan gerak yang tepat persamaan gelombang non-homogen dengan bagian perambatan seperti yang diberikan oleh (2.17b). Karenanya fluida stagnan seragam dengan kecepatan suara  $c_0$ , densitas  $\rho_0$  dan tekanan  $p_0$  di lokasi pendengar diasumsikan meluas ke seluruh ruang, dan setiap penyimpangan dari perilaku akustik "ideal".

Dengan mengambil turunan waktu dari hukum kekekalan massa (1.1) dan menghilangkan  $\partial m / \partial t$ ) kita menemukan:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} (\rho v_i) = \frac{\partial m}{\partial t} - \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 \rho_f}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \beta \rho_f}{\partial t^2}.$$

Dengan mengambil divergensi hukum kekekalan momentum kita menemukan:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} (\rho v_i) = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (P_{ij} + \rho v_i v_j) + \frac{\partial f_i}{\partial x_i}.$$

Karenanya kami menemukan dari (2.62) dan (2.63) hubungan yang tepat:

$$\frac{\partial^2 \rho_f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (P_{ij} + \rho v_i v_j) + \frac{\partial^2 \beta \rho_f}{\partial t^2} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}.$$

Karena  $\rho_f = \rho_0 + \rho_1$  di mana hanya  $\rho_0$  yang bervariasi dalam waktu kita dapat membangun

persamaan gelombang untuk  $p_0$  dengan mengurangkan dari kedua sisi (2.63) suku  $c_0^2 (\partial^2 p_0 / \partial x_i^2)$  di mana agar menjadi bermakna  $c_0$  adalah bukan kecepatan suara lokal tetapi di lokasi pendengar. Dengan cara ini kita mendapatkan persamaan Lighthill yang terkenal:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 \beta \rho_f}{\partial t^2} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}$$

di mana tensor stres Lighthill  $T_{ij}$  didefinisikan oleh:

$$T_{ij} = P_{ij} + \rho v_i v_j - (c_0^2 \rho' + p_0) \delta_{ij}.$$

Digunakan rumus

$$c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 (c_0^2 \rho' \delta_{ij})}{\partial x_i \partial x_j}$$

karena  $c_0$  adalah konstanta. Memanfaatkan definisi kita juga bisa menulis:

$$T_{ij} = \rho v_i v_j - \tau_{ij} + (p' - c_0^2 \rho') \delta_{ij}$$

Rumus diatas merupakan bentuk biasa dalam literatur. kita membedakan tiga proses aeroakustik dasar yang menghasilkan sumber suara:

- gaya konvektif non-linier yang dijelaskan oleh tensor tegangan Reynolds  $\rho v_i v_j$ ,
- gaya kental  $\tau_{ij}$ ,

- deviasi dari kecepatan suara seragam  $c_0$  atau deviasi dari perilaku isentropic.

### **2.2.9 Pusaran Suara**

Analogi Lighthill sangat cocok untuk mendapatkan perkiraan urutan besaran dari suara yang dihasilkan oleh berbagai proses, formulasi ini sangat tidak nyaman ketika seseorang mempertimbangkan produksi suara oleh aliran yang, pada gilirannya, dipengaruhi oleh medan akustik. Dalam prosedur Lighthill aliran diasumsikan diketahui, dengan umpan balik dari bidang akustik ke aliran entah bagaimana sudah disertakan.

berdasarkan konsep suara pusaran yang paling tepat. Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa vortisitas  $\omega = \nabla \times v$  adalah besaran

yang sangat cocok untuk menggambarkan aliran bilangan Mach yang rendah. Mempertimbangkan fluida tanpa gesekan non-konduktif homentropik, kita memulai penurunan persamaan gelombang dari persamaan Euler dalam bentuk Crocco:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla B = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$$

Dimana  $B = i + \frac{1}{2}v^2$ , dan persamaan kontinuitasnya:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{v}.$$

Mengambil divergensi dan turunan waktu kita dapatkan dengan pengurangan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) - \nabla^2 B = \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}).$$

Karena entropinya konstan ( $ds = 0$ ), kita memiliki:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{c^2} \frac{Di}{Dt} \right) - \nabla^2 B = \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}).$$

Ini dapat ditulis ulang sebagai:

$$\frac{1}{c^2} \frac{D_0^2 B'}{Dt} - \nabla^2 B' = \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) + \frac{1}{c^2} \frac{D_0^2 B'}{Dt} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{c^2} \frac{Di}{Dt} \right)$$

dimana  $B_0 = B - B_0$  dan  $\frac{D_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_0 \cdot \nabla$ . Untuk referensi aliran  $U_0$  kita memilih aliran potensial dengan entalpi stagnasi  $B_0$ . Pada bilangan Mach rendah  $M = v / c_0$  kita memiliki persamaan gelombang yang tidak homogen:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D_0^2 B'}{Dt^2} - \nabla^2 B' = \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$$

secara eksplisit menekankan fakta bahwa vortisitas  $\boldsymbol{\omega}$  bertanggung jawab atas pembentukan suara.

Dalam ruang kosong untuk wilayah sumber yang kompak telah menurunkan analogi ini langsung dari analogi Lighthill. Hasilnya adalah gaya Coriolis  $f_c = \rho_0 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$  tampaknya bertindak sebagai gaya eksternal pada bidang akustik. Mempertimbangkan persamaan Crocco dengan interpretasi ini, menyadari bahwa referensi alami dari analogi tersebut adalah aliran potensial daripada fluida diam dari analogi Lighthill.

## 2.3 Energi Akustik

### 2.3.6 Pengantar

Energi akustik adalah konsep yang sulit karena melibatkan suku orde dua dalam gangguan seperti kerapatan energi kinetik  $\frac{1}{2} \rho_0 v^2$ . Secara historis, hukum kekekalan energi pertama kali diturunkan oleh Kirchhoff untuk fluida seragam yang stagnan. Namun, tampaknya untuk fluida diam, suku ke nol, suku pertama dan kedua yang diabaikan ini (dalam arti) tidak penting dan persamaan kekekalan energi akustik dapat diturunkan yang memang sama seperti yang ditemukan oleh Kirchhoff.

Pendekatan ini dapat diperluas ke aliran yang tidak seragam selama aliran

tersebut homentropik dan irrotasional. Hal-hal menjadi jauh kurang jelas dengan adanya aliran rata-rata yang tidak seragam termasuk variasi entropi dan vortisitas. Jika diperlukan, suku orde dua ke nol, pertama dan kedua yang terabaikan dari ekspansi masih dapat diabaikan, seperti yang ditunjukkan Myers [152], tetapi sekarang dengan mengorbankan persamaan energi yang dihasilkan yang bukan lagi hukum kekekalan. Satu-satunya cara untuk mendapatkan semacam persamaan kekekalan energi akustik (yang menyiratkan definisi untuk kerapatan dan fluks energi akustik) adalah dengan mengarahkan bagian tertentu ke "sisi kanan" untuk menjadi istilah sumber atau sink.

### 2.3.7 Persamaan Hukum Kirchof untuk Fluida Diam

Kita mulai dari hukum kekekalan massa dan momentum yang dilinierisasi untuk fluida inviscid dan non-konduktor yang diam:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' &= m', \\ \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \nabla p' &= \mathbf{f}',\end{aligned}$$

di mana kami mengasumsikan bahwa  $f_r$  dan  $m_r$  adalah urutan akustik. Karena kita mengasumsikan aliran rata-rata diam dan seragam, tidak ada sumber massa rata-rata ( $m_0 = 0$ ) atau gaya ( $f_0 = 0$ ). Dari asumsi homentropi ( $ds = 0$ )

$$p' = c_0^2 \rho'.$$

Setelah mengalikan dengan  $p' / \rho_0$  dan dengan  $v'$ , menambahkan dua persamaan, dan menggunakan hubungan sebelumnya antara massa jenis dan tekanan, kita mendapatkan persamaan:

$$\frac{1}{2\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p'^2}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho_0 \frac{\partial v'^2}{\partial t} + \nabla \cdot (p' v') = \frac{p' m'}{\rho_0} + v' \cdot f'$$

yang dapat diartikan sebagai hukum kekekalan untuk energi akustik

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{I} = -\mathcal{D}$$

jika kita menetapkan kerapatan energi akustik  $E$ , fluks atau intensitas energi  $\mathbf{I}$  dan disipasi  $\mathcal{D}$  sebagai:

$$E = \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} + \frac{\rho_0 v'^2}{2},$$

$$\mathbf{I} = p' \mathbf{v}',$$

$$\mathcal{D} = -\frac{p' m'}{\rho_0} - \mathbf{v}' \cdot \mathbf{f}'.$$

Dalam bentuk integral, hukum kekekalan ini dapat ditulis untuk volume kontrol tetap  $V$  yang ditutup oleh permukaan  $S$  dengan normal luar  $\mathbf{n}$  sebagai

$$\frac{d}{dt} \iiint_V E \, d\mathbf{x} + \iint_S \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = - \iiint_V \mathcal{D} \, d\mathbf{x},$$

dimana kita telah menggunakan teorema Gauss untuk mentransformasikan  $\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{I} \, d\mathbf{x}$  menjadi integral permukaan. Untuk bidang akustik periodik, rata-rata energi akustik

selama suatu periode adalah konstan. Oleh karena itu kami menemukan

$$\mathcal{P} = \iint_S \langle \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \rangle d\sigma = - \iiint_V \langle \mathcal{D} \rangle dx,$$

di mana  $\mathcal{P}$  adalah aliran daya akustik melintasi permukaan volume  $S$ . Sisi kiri (2.82) hanya sesuai dengan pekerjaan mekanis yang dilakukan oleh injeksi volume ( $m\dot{r} / \rho_0$ ) dan medan gaya eksternal  $f_r$  pada medan akustik. Rumus ini berguna karena kita dapat mempertimbangkan efek dari pergerakan batas padat seperti piston atau baling-baling yang diwakili oleh istilah sumber  $m\dot{r}$  dan  $f_r$ . Di akhir bab ini, kita akan menggunakan rumus (2.82) untuk

menghitung daya akustik yang dihasilkan oleh medan vortisitas kompak.

Kita sekarang akan mendapatkan persamaan energi akustik mulai dari hukum konservasi energi nonlinier asli (1.6). Kami menganggap gangguan fluida diam yang seragam tanpa istilah sumber massa ( $v_0 = 0$ ,  $m = 0$ ,  $f_0 = 0$ ,  $p_0$  dan konstanta  $\rho_0$ ). Kita mulai dengan persamaan (1.6) dalam bentuk konservasi standar:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \nabla \cdot \left( v \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 + p \right) \right) = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f} \cdot \mathbf{v},$$

dimana kita mencatat bahwa kepadatan energi fluida total adalah

$$E_{tot} = \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2,$$

dan fluks energi fluida total adalah

$$\mathbf{I}_{tot} = \mathbf{v}(\rho e + \frac{1}{2}\rho v^2 + p).$$

Untuk referensi, kami nyatakan di sini beberapa bentuk terkait, ao terkait dengan variasi entropi fluida. Menggunakan persamaan kontinuitas yang diperoleh

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{v^2}{2} \right) = -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f} \cdot \mathbf{v},$$

yang dengan menggunakan hukum dasar termodinamika (1.8) dapat menghasilkan persamaan untuk perubahan entropi fluida:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\rho}{2} \frac{Dv^2}{Dt} = -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}.$$

Dengan pengurangan hasil kali dalam

persamaan kekekalan momentum dengan kecepatan, ini dapat disusun kembali menjadi

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}.$$

Dengan tidak adanya gesekan ( $\boldsymbol{\tau} = 0$ ) dan konduksi panas ( $\mathbf{q} = 0$ ) kita memiliki persamaan berikut untuk energi dan entropi

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) &= -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) + \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \\ \frac{Ds}{Dt} &= 0. \end{aligned}$$

Kami kembali ke persamaan energi dalam bentuk kekekalan standar, tanpa gesekan dan konduksi panas:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \nabla \cdot \left( \mathbf{v} \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 + p \right) \right) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}.$$

Dari hukum dasar termodinamika (1.8):

$$T ds = de + p d(\rho^{-1})$$

kami memiliki gangguan isentropik:

$$\left(\frac{\partial e}{\partial \rho}\right)_s = \frac{p}{\rho^2}, \text{ dan seterusnya}$$

$$\left(\frac{\partial \rho e}{\partial \rho}\right)_s = e + \frac{p}{\rho} = i, \quad \left(\frac{\partial^2 \rho e}{\partial \rho^2}\right)_s = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \frac{c^2}{\rho}$$

dimana  $i$  adalah entalpi (1.26) atau fungsi panas. Sekarang kita dapat memperluas densitas energi total, fluks energi dan sumber gangguan akustik (yaitu isentropik) hingga orde kedua, untuk menemukan ( $v_0 = 0$ ):

$$\begin{aligned} \rho e + \frac{1}{2}\rho v^2 &= \rho_0 e_0 + i_0 \rho' + \frac{1}{2}\rho_0 c_0^2 \left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_0 v'^2, \\ v(\rho e + \frac{1}{2}\rho v^2 + p) &= v'(i_0 \rho_0 + i_0 \rho' + p'), \\ v \cdot f &= v' \cdot f'. \end{aligned}$$

Memperhatikan bahwa keadaan tunak adalah konstan, dan menggunakan persamaan kekekalan massa

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}' + \rho' \mathbf{v}') = 0$$

disubstitusikan di dalamnya, kita menemukan bahwa suku nol dan suku orde pertama dalam  $\rho_0 / \rho_0$  menghilang sehingga (2.90) menjadi dalam akurasi  $O((\rho_0 / \rho_0)^3)$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} + \frac{\rho_0 v'^2}{2} \right) + \nabla \cdot (p' \mathbf{v}') = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{f}' ,$$

### 2.3.8 Energi Akustik Dalam Aliran Tidak Seragam

Metode Myers untuk mengembangkan hukum kekekalan energi akustik yang lebih umum mengikuti alur yang sama seperti

pembahasan pada bagian sebelumnya. Kami menganggap aliran homentropik ( $ds = 0$ , sehingga  $de = (p / \rho^2) d\rho$ ) dengan  $v_0 \cdot \nabla = 0$ . Dalam hal ini total entalpi  $B = e + p / \rho + \frac{1}{2} v^2$  tampaknya menjadi variabel yang sesuai. Dalam istilah  $B$ , hukum kekekalan energi (2.90) menjadi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho B - p) + \nabla \cdot (\rho B \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}.$$

Hukum kekekalan momentum dalam bentuk Crocco (1,31) juga melibatkan :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla B + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \mathbf{f} / \rho.$$

Dengan mengurangkan  $\rho_0 v_0$  kali hukum kekekalan momentum (2.94) ditambah  $B_0$  dikali persamaan kontinuitas (1.18)

dari hukum kekekalan energi (2.93),  
menggantikan hukum kekekalan  
momentum keadaan tunak:

$$\nabla B_0 + \omega_0 \times v_0 = f_0 / \rho_0,$$

mengurangkan batas kondisi tunak dari  
persamaan yang dihasilkan, dan  
menggunakan identitas vektor  $v \cdot (\omega \times v) = 0$ ,  
Myers memperoleh energi wajar berikut:

$$\nabla B_0 + \omega_0 \times v_0 = f_0 / \rho_0,$$

di mana  $E_{\text{exact}}$ ,  $I_{\text{exact}}$  dan  $D_{\text{exact}}$   
didefinisikan oleh:

$$E_{\text{exact}} = \rho(B - B_0) - (p - p_0) - \rho_0 v_0 \cdot (v - v_0)$$

$$I_{\text{exact}} = (\rho v - \rho_0 v_0)(B - B_0)$$

$$D_{\text{exact}} = (\rho v - \rho_0 v_0) \cdot (\omega \times v - \omega_0 \times v_0) - (v - v_0) \cdot (f - f_0) \\ - (1 - \rho_0/\rho)v_0 \cdot f - (1 - \rho/\rho_0)v \cdot f_0.$$

Kuantitas tambahan ini Eexact, I exact dan Dexact memiliki properti penting, seperti yang ditunjukkan Myers, bahwa suku nol dan orde pertama mereka dalam ekspansi gangguan akustik di  $(p / p_0)$  lenyap, sedangkan suku kuadrat hanya merupakan fungsi dari aliran rata-rata dan kuantitas akustik (urutan pertama). Hasil dari, perkiraan urutan kedua dari jumlah yang tepat Eexact, I exact dan Dexact menghasilkan (untuk aliran homentropik) definisi energi akustik

$$E = \frac{c_0^2 \rho'^2}{2\rho_0} + \frac{\rho_0 v'^2}{2} + \rho' v_0 \cdot v'$$

$$I = (\rho_0 v' + \rho' v_0) \left( \frac{c_0^2 \rho'}{\rho_0} + v_0 \cdot v' \right)$$

$$D = -\rho_0 v_0 \cdot (\omega' \times v') - \rho' v' \cdot (\omega_0 \times v_0) - (v' + \rho' v_0 / \rho_0) \cdot (f' - \rho' f_0 / \rho_0).$$

Persamaan ini identik dengan hukum kekekalan energi akustik yang diturunkan oleh Goldstein dimulai dari persamaan gerak yang dilinierisasi (dengan  $f_0 = 0$ ). Penting untuk dicatat bahwa, di satu sisi, kita memang telah memperoleh ekspresi seluruhnya dalam jumlah urutan pertama; di sisi lain, bagaimanapun, ekspresi ini hanya mewakili hukum kekekalan energi akustik jika kita mengadopsi definisi bahwa vortisitas adalah non-akustik dan mewujudkan sumber atau sink akustik yang mungkin.

### **2.3.9 Energi Akustik dan Pusaran Suara**

Rata-rata selama satu periode untuk bidang akustik periodik dan integrasi hasil ruang, jika

$f = 0$ :

$$\mathcal{P} = \iint_S \langle \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \rangle d\sigma = - \iiint_V \langle \rho_0 \mathbf{v}_0 \cdot (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{v}') + \rho' \mathbf{v}' \cdot (\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{v}_0) \rangle d\mathbf{x}$$

dimana  $\mathcal{P}$  adalah daya akustik yang dihasilkan oleh aliran. Menarik untuk membandingkan ekspresi ini dengan ekspresi yang diturunkan oleh Howe untuk distribusi vortisitas kompak bilangan Mach yang rendah  $\omega$  di ruang bebas dengan adanya permukaan padat padat:

$$\mathcal{P} = - \iiint_V \rho_0 \langle (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u}_a \rangle d\mathbf{x}$$

di mana  $u_a$  adalah kecepatan akustik yang didefinisikan sebagai bagian dari bidang kecepatan goyah  $v_0$  yang merupakan gradien

potensial (irrotasional  $\nabla \times u_a = 0$ ). Sementara (2.99) tidak terbatas pada bilangan Mach yang rendah, ia hanya memungkinkan gangguan yang bergantung pada waktu kecil  $\omega_0$  dari vortisitas rata-rata waktu  $\omega_0$  dan dalam pengertian ini lebih ketat daripada rumus Howe. Lebih lanjut, (2.99) sulit untuk diinterpretasikan secara fisik karena  $v_0$  termasuk gangguan kecepatan solenoida  $\omega_0 = \nabla \times v_0$ .

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B = 0.$$

Jika dengan cara yang sama seperti dalam analogi Lighthill<sup>14</sup> kita memperluas aliran potensial  $v = \nabla \phi$  di wilayah di mana vortisitas hadir ( $\omega \neq 0$ ) maka kita dapat

memikirkan istilah vortisitas ( $\omega \times v$ ) dalam persamaan Crocco:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nabla B = -\omega \times v$$

ekivalen dengan medan gaya eksternal  $f$  yang bekerja pada aliran potensial (medan akustik).

Karenanya kami memiliki:

$$f = -\rho(\omega \times v)$$

yang merupakan massa jenis gaya Coriolis yang bekerja pada partikel fluida akibat putaran fluida. Untuk wilayah kompak pada bilangan Mach rendah kita dapat mengabaikan variasi kerapatan dan menggunakan pendekatan:

$$f = -\rho_0(\omega \times v).$$

Dengan tidak adanya aliran rata-rata di luar wilayah sumber kita lihat dengan penerapan bentuk integral persamaan energi Kirchhoff yang kita dapatkan rumus Howe:

$$\mathcal{P} = \iiint_V \langle f \cdot u_a \rangle dx.$$

Ini juga bisa disimpulkan dari perbandingan persamaan gelombang di mana kami memperkenalkan pendekatan  $Br = ir = pr / \rho_0$  karena  $v_0 = 0$ :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \rho_0 \nabla \cdot (\omega \times v)$$

dan persamaan gelombang (2.61) (tanpa injeksi massa,  $m = 0$ ):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = -\nabla \cdot f.$$

Ini sesuai dengan pendekatan Powell terhadap teori suara pusan di mana kita mengabaikan suku orde M baik di wilayah gelombang maupun di wilayah sumber ( $Br = pr / \rho_0$ ). Dengan adanya aliran seragam di luar wilayah sumber, Goldstein menemukan persamaan gelombang:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D_0^2 p'}{Dt^2} - \nabla^2 p' = -\nabla \cdot f$$

dimana

$$\frac{D_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla.$$

Persamaan energi yang sesuai dengan

persamaan adalah untuk  $f = 0$ :

$$\mathcal{P} = \iiint_V \left\langle \left( \mathbf{u}_a + \frac{\rho'}{\rho_0} \mathbf{v}_0 \right) \cdot \mathbf{f} \right\rangle d\mathbf{x}$$

yang menunjukkan generalisasi persamaan

Howe dengan  $\mathbf{f} = \rho_0 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$ :

$$\mathcal{P} = -\rho_0 \iiint_V \left\langle (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \cdot \left( \mathbf{u}_a + \frac{\rho'}{\rho_0} \mathbf{v}_0 \right) \right\rangle d\mathbf{x},$$

yang sesuai dengan penggunaan  $B_0 = p_0 / \rho_0$   
 $+ u_a \cdot v_0$  sebagai variabel akustik, dan  $I = B_0$   
 $(\rho v)_0$  sebagai intensitas dengan  $(\rho v)_0 =$   
 $\rho_0 u_a + \rho_0 v_0$ .

Generalisasi persamaan Howe ini memang diturunkan oleh Jenvey. Meskipun diskusi di atas memberikan interpretasi intuitif dari hasil Jenvey, tidak jelas bahwa definisi bidang akustik Jenvey sesuai dengan definisi

Howe. Dalam praktiknya, konsekuensi wajar energi Howe nyaman karena dirumuskan oleh sebuah integral. Mirip dengan analogi Lighthill dalam bentuk integral, ia tidak sensitif terhadap "kesalahan acak" dalam model. Integrasi atas volume dan rata-rata selama periode osilasi memperhalus kesalahan tersebut.

## 2.5 Fungsi Green

Dalam matematika, **Fungsi**

**Green** adalah respons impuls dari tidak homogen linier operator diferensial yang ditentukan pada domain.

Artinya jika  $L$  adalah operator diferensial linier, maka

- fungsi Green  $G$  adalah solusi dari persamaan  $LG = \delta$ , di mana  $\delta$  adalah Fungsi delta Dirac;
- solusi dari masalah nilai awal  $Ly = f$  adalah konvolusi ( $G * f$ ), di mana  $G$  adalah fungsi Green .

Melalui prinsip superposisi, diberi persamaan diferensial linear (ODE),  $L(\text{solusi}) = \text{sumber}$ , yang pertama bisa diselesaikan  $L(\text{green}) = \delta_s$ , untuk setiap  $s$ , dan menyadari bahwa, karena sumber adalah jumlah dari fungsi delta, solusinya adalah penjumlahan fungsi Green juga, dengan linearitas  $L$  .

Fungsi Green dinamai menurut ahli matematika Inggris George Green, yang pertama kali mengembangkan konsep ini

pada tahun 1830-an. Dalam studi modern tentang persamaan diferensial parsial linier, fungsi Green dipelajari sebagian besar dari sudut pandang solusi fundamental.

Di bawah teori benda banyak, istilah ini juga digunakan dalam fisika, khususnya dalam teori medan kuantum, aerodinamika, aeroakustik, elektrodinamika, seismologi dan teori medan statistik, untuk merujuk pada berbagai jenis fungsi korelasi, bahkan yang tidak sesuai. Dalam teori medan kuantum, fungsi Green berperan sebagai propagator.

Menggunakan teorema Green kita dapat membuat persamaan integral yang menggabungkan pengaruh sumber,

propagasi, kondisi batas, dan kondisi awal dalam rumus sederhana. Fungsi Green  $G(x, t | y, \tau)$  adalah respon pulsa dari persamaan gelombang:

Perhatikan bahwa fungsi Green adalah fungsi umum! (Lihat Lampiran C.) Denyut nadi  $\delta(xy) \delta(t - \tau)$  dilepaskan pada titik sumber  $y$  pada waktu  $\tau$  dan  $G$  diukur pada titik pengamatan  $x$  pada waktu  $t$ . Definisi  $G$  selanjutnya diselesaikan dengan menentukan kondisi batas yang sesuai pada permukaan  $S$  dengan normal luar  $n$  yang menutupi volume  $V$  di mana  $x$  dan  $y$  dilokalisasi:

$$n \cdot \nabla G + bG = 0.$$

Lebih lanjut, seseorang biasanya mengasumsikan kondisi kausalitas untuk  $G$  bahwa tidak ada bidang selain karena  $\delta$ -source:

$$G(x, t | y, \tau) = 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial}{\partial t} G(x, t | y, \tau) = 0$$

untuk  $t < \tau$ . Ketika kondisi batas yang menentukan fungsi Green bertepatan dengan kondisi batas Masalah fisik yang dianggap fungsi Green disebut fungsi Green yang “disesuaikan”. Persamaan integral dalam kasus seperti itu adalah konvolusi sumber  $q(y, \tau)$  dengan respons pulsa  $G(x, t | y, \tau)$ . Tentu saja, jika sumber  $q$  diketahui (dan tidak bergantung pada medan) persamaan integral ini pada saat yang sama hanya

merupakan solusi dari soal. Fungsi Green yang telah disesuaikan secara umum tidak mudah ditemukan. Oleh karena itu, akan tampak bahwa terkadang, untuk masalah spesifik tertentu, pilihan fungsi Green yang tidak disesuaikan lebih mudah.

Sebelum kita dapat membahas ini, kita harus mempertimbangkan beberapa sifat umum fungsi Green, seperti hubungan timbal balik yang penting:

$$G(x, t | y, \tau) = G(y, -\tau | x, -t).$$

### **Impedansi akustik**

Kuantitas yang berguna dalam akustik adalah impedansi. Ini adalah ukuran jumlah di mana gerakan yang diinduksi

oleh tekanan yang diterapkan pada permukaan terhalang. Atau dengan kata lain: ukuran gumpalan permukaan. Karena gaya gesek, pada umumnya, sebanding dengan kecepatan, pilihan alami untuk ukuran ini adalah rasio antara tekanan dan kecepatan<sup>1</sup>. Jumlah, bagaimanapun, yang akan bervariasi dengan waktu, dan bergantung pada nilai awal sinyal tidak terlalu menarik.

$$Z(x; \omega) = \hat{p}(x; \omega)$$

$$\hat{v}(x; \omega) \cdot n_S(x)$$

pada titik  $x$  pada permukaan  $S$  dengan vektor normal satuan  $n_S$  menunjuk ke 2 permukaan. Impedansi adalah bilangan

kompleks dan merupakan fungsi dari  $\omega$  dan posisi. Bagian nyata disebut hambatan, bagian imajiner disebut reaktansi, dan kebalikannya  $1 / Z$  disebut admitansi.

sayan situasi yang paling umum rasio  $Z = \hat{p} / (\hat{v} \cdot nS)$  hanyalah sebuah angka, dengan relevansi terbatas.

Kita tidak dapat mempertimbangkan impedansi  $Z$  sebagai properti permukaan  $S$ , karena  $Z$  juga bergantung pada medan akustik. Namun, ini tidak berlaku untuk kelas yang disebut permukaan linier yang bereaksi secara lokal. Respons permukaan seperti itu terhadap gelombang akustik adalah linier dan

mengarah ke titik, dengan hasil bahwa impedansinya memang sama untuk solusi apa pun, dan oleh karena itu merupakan properti permukaan saja.

Secara matematis, penting untuk dicatat bahwa kondisi batas impedansi adalah "tipe campuran". Melalui representasi fungsi Green umum

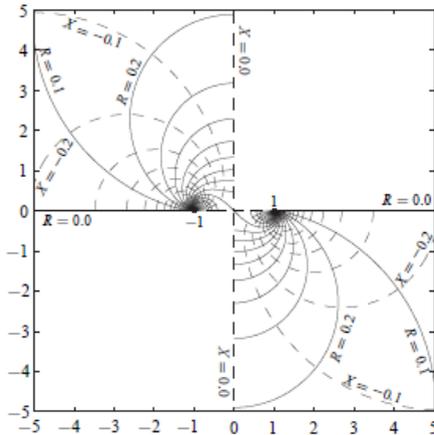
$$\begin{aligned} p(0, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(0, \omega) e^{i\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) \hat{v}(0, \omega) e^{i\omega t} d\omega \end{aligned}$$

### **Koefisien impedansi dan refleksi**

Jika kita menganggap medan akustik untuk  $x < 0$  dalam tabung pada frekuensi rendah, kita dapat menulis

$$p(x, t) = \hat{p}(x) e^{i\omega t} = p^+ e^{i\omega t - ikx} + p^- e^{i\omega t + ikx}$$

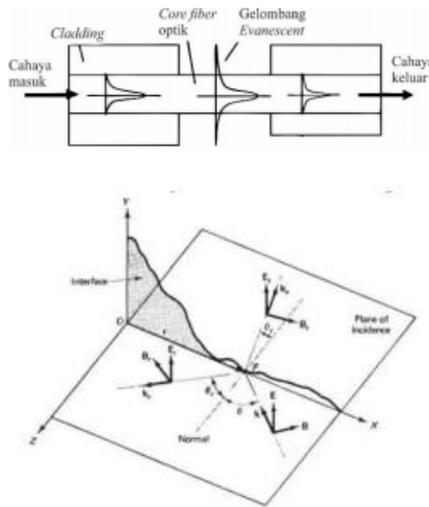
dimana  $k = \omega / c_0$ ,  $p^+$  sayas the  
 Sebuahplitude Haif the wave incident  
 Sebuaht  $x = 0$  mondar-mandirm  $x < 0$   
 sebuahdp- adalah ampli- arus gelombang  
 yang dipantulkan pada  $x = 0$



### Gelombang evanescent

Gelombang evanescent merupakan radiasi elektromagnetik yang memasuki cladding pada jarak yang kecil dan membentuk medan

elektromagnetik. Energi gelombang yang dihasilkan akan meluruh secara eksponensial dari batas antara core dan cladding. Adapun fenomena gelombang evanescent



Gambar 1. Gelombang evanescent (Maddu, 2007)

Menurut Gambar 1 cahaya yang merambat akan memasuki daerah cladding

dan energi gelombang akan hilang secara eksponensial secara matematis dapat dirumuskan:

$$EZ = EOe^{-z/d} e^{-z/dp}$$

dimana  $z$  adalah jarak penjalaran gelombang cahaya,  $EO$  adalah medan gelombang awal dan  $dp$  adalah depth penetration yang dapat dinyatakan dengan menggunakan persamaan

$$dp = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{(n_1^2 \cdot \sin^2\theta - n_2^2)}$$

dimana  $\lambda$  adalah panjang gelombang,  $\theta$  adalah sudut datang, dan  $n_{core}$ ,  $n_{cladding}$  adalah indeks bias core dan cladding. Depth penetration adalah kedalaman gelombang yang memasuki cladding dan mengalami

pelemahan secara eksponensial. Dalam penerapan gelombang evanescent dapat melakukan proses interaksi dengan gelombang lain yang dilepaskan (Wenging, 2005). Jika gelombang evanescent diabsorpsi oleh medium lain disekeliling core maka attenuasi dari refleksi internal total akan meningkat sehingga sinar yang diluar fiber optik akan mengalami penurunan daya yang berhubungan dengan besarnya absorbs tersebut.

$$P_T = P_0 \exp(-\gamma l)$$

Dimana  $l$  adalah panjang serat yang dikupas,  
 $\gamma$  adalah koefisien absorpsi bahan.

## 3. AKUSTIK SATU DIMENSI

---

### 3.1 Gelombang Bidang

Gelombang bidang adalah gelombang di mana bidang akustik hanya bergantung pada koordinat spasial (katakanlah:  $x$ ) di arah rambat:  $p(x, t)$ ,  $\rho(x, t)$ ,  $v(x, t)$ , .... Gelombang seperti itu dapat muncul, misalnya sebagai perkiraan untuk gelombang bola pada jarak yang jauh dari sumber titik, atau sebagai gelombang yang merambat difrekuensi yang lebih rendah dari frekuensi kritis  $f_c$  disebut frekuensi cut-off dalam pipa berdinding keras. Seperti yang kita akan melihat dari pembahasan di bagian 6.4 dan

bagian 7.2 frekuensi cut-off  $f_c$  adalah dari urutan  $c_0 / 2d$  dimana  $d$  adalah lebar (atau diameter) pipa. Nilai pasti  $f_c$  tergantung pada bentuk pipa persilangan.

Jika kita dapat mengabaikan gesekan, maka di bawah frekuensi cut-off, medan akustik (bagian yang merambat) dalam sebuah pipa hanya terdiri dari gelombang bidang. Kondisi untuk validitas pendekatan tanpa gesekan menghasilkan batas bawah untuk frekuensi yang dapat kita pertimbangkan. Pada frekuensi tinggi, efek viskositas adalah terbatas pada lapisan batas dengan ketebalan  $\delta_A = (2\nu / \omega)^{1/2}$  (di mana  $\nu = \eta / \rho$  adalah viskositas kinematik cairan) di dekat dinding. Untuk membuat perkiraan

gelombang bidang masuk akal kita harus memiliki tipis lapisan batas kental:  $\delta_A / d \ll 1$ . Oleh karena itu rentang frekuensi di mana pendekatan gelombang bidang valid dalam pipa diberikan oleh:

$$\frac{2v}{\pi d^2} \ll f < \frac{c_0}{2d}.$$

Untuk udara  $v = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  sedangkan untuk air nilai tipikal adalah  $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Oleh karena itu kita melihat bahwa pendekatan gelombang bidang akan berlaku di udara selama tiga dekade rentang audio untuk pipa dengan diameter  $d = O(10^{-2} \text{ m})$ . (Periksa apa yang terjadi untuk pipa yang lebih besar.) Ini menyiratkan bahwa perkiraan seperti itu harus menarik ketika mempelajari

denyut nadi dalam sistem pipa, akustik musik, produksi suara, dll.

Oleh karena itu, kami memfokuskan perhatian kami dalam bab ini pada perkiraan satu dimensi akustik saluran. Untuk mempermudah kita juga akan mengasumsikan bahwa aliran rata-rata  $u_0 = u_0(x)$  juga satu dimensi. Kami akan mempertimbangkan model sederhana untuk kondisi batas. Kami akan berasumsi bahwa dinding sampingnya kaku. Ini menyiratkan bahwa tidak ada transmisi suara melalui dinding ini. Ini adalah asumsi drastis yang mengecualikan aplikasi teori kami pada prediksi kebisingan lingkungan yang disebabkan oleh aliran pipa. Dalam kasus

seperti itu, transmisi suara dari aliran internal ke lingkungan merupakan faktor penting. Amplitudo yang besar di dalam pipa mungkin tidak berbahaya jika energi akustik tetap berada di dalam pipa. Pengobatan ekstensif untuk masalah transmisi ini diberikan oleh Norton [160] dan Reethof [187]. Secara umum transmisi suara melalui struktur elastis dijelaskan secara rinci oleh Cremer dan Heckl [36], dan Junger dan Feit [100]. Kami lebih jauh mengabaikan masalah krusial ini.

Pada prinsipnya pendekatan yang akan kita gunakan terbatas pada pipa dengan penampang  $A$  yang seragam atau, seperti yang akan kita lihat pada bagian 8.4, untuk pipa dengan penampang yang bervariasi

secara perlahan ( $da / dx \ll \sqrt{A \lambda}$ ). Yang paling aplikasi menarik dari perkiraan kami akan menyangkut suara yang dihasilkan di daerah padat sebagai akibat dari perubahan mendadak pada penampang melintang atau injeksi fluida lokal. Seperti yang kita pertimbangkan frekuensi rendah ( $f < c_0 / 2d$ ) daerah dengan panjang urutan lebar pipa d akan menurut definisi kompak. Kami akan memperlakukan wilayah ini secara terpisah, dengan mempertimbangkan kemungkinan efek tiga dimensi.

Kondisi batas untuk daerah kompak ini terkait dengan daerah gelombang bidang melalui hukum konservasi integral (Lampiran A). Dengan cara ini kita akan

mempertimbangkan berbagai macam fenomena (diskontinuitas suhu, lompatan dalam penampang melintang, banyak persimpangan, gelembung udara, turbulensi ...). Dalam bab ini kita akan mengasumsikan pipa yang panjangnya tak terhingga atau pipa semi tak berhingga. Ini adalah pipa yang terlalu lama sehingga sebagai akibat dari gesekan, gelombang yang merambat menuju ujung pipa tidak menyebabkan pantulan yang signifikan. Ini sebenarnya akan mengecualikan akumulasi energi akustik dan fenomena seperti resonansi. Efek ini dibahas di bab berikutnya.

Konsekuensi dari asumsi ini adalah bahwa medan akustik tidak akan memiliki

amplitudo yang besar dan biasanya kita dapat mengabaikan pengaruh medan akustik pada suatu sumber. Aliran dihitung secara lokal dengan perkiraan wilayah kompak yang telah kami diskusikan sebelumnya dengan mengabaikan umpan balik akustik. Ini tidak termasuk efek menarik seperti bersiul. Efek ini akan dibahas di bab 5.

Jika ujung pipa adalah bagian dari masalah, kami akan memasukkan ujung ini dengan kondisi batas linier dari jenis impedansi. Impedansi akustik adalah hubungan linier umum dalam domain frekuensi antara kecepatan dan tekanan, yaitu produk konvolusi dalam domain waktu (bagian 3.2). Karena tekanan tidak dapat bergantung

pada masa depan kecepatan (atau sebaliknya), pembahasan tentang batas linier tersebut kondisi melibatkan konsep kausalitas.

Kami akan menunjukkan bagaimana formalisme fungsi Green dapat digunakan untuk memperoleh informasi tentang pembentukan suara aeroakustik melalui turbulensi dan untuk memperkirakan penyebaran suara dengan suhu yang tidak seragam.

Efek konvektif pada perambatan gelombang akan dibahas dalam bab 9. Sekarang kami membatasi diri pada bilangan Mach aliran rata-rata yang sangat rendah di luar wilayah sumber.

## 3.2 Persamaan Dasar dan Metode Karakteristik

### 3.2.1 Persamaan Gelombang

Kami menganggap aliran satu dimensi dalam pipa dengan penampang seragam. Jika kita mengabaikan gesekan hukum kekekalan massa dan momentum adalah untuk aliran satu dimensi yang diberikan oleh:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(\rho\beta)}{\partial t}$$

$$p \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = f_x$$

di mana  $\rho\beta$  berhubungan dengan injeksi massa eksternal dalam aliran dan  $f_x$  adalah gaya eksternal per unit volume. Kami berasumsi sekarang bahwa bidang tersebut

terdiri dari keadaan seragam ( $\rho^0, p^0, u^0$ ), ditambah gangguan ( $\rho', p', u'$ ) yang cukup kecil untuk memungkinkan linierisasi:

$$\rho = \rho_0 + \rho'$$

$$p = p_0 + p'$$

$$u = u_0 + u'$$

### 3.2.2 Karakteristik

Sebagai alternatif, persamaan gelombang dalam bentuk karakteristik. Hal ini memungkinkan interpretasi geometri sederhana dari solusi masalah kondisi awal dan kondisi batas dengan bantuan diagram yang disebut  $(x, t)$ . Dalam akustik prosedur ini sama dengan prosedur lainnya. Namun, ketika mempertimbangkan propagasi gelombang

amplitudo tinggi (akustik non-linier atau dinamika gas) metode karakteristik masih memungkinkan solusi analitis untuk banyak masalah yang menarik [231, 113, 168]. Juga karakteristik memainkan peran penting dalam solusi numerik karena mereka menentukan skema diskritisasi yang optimal, dan khususnya kondisi stabilitasnya. Menggunakan persamaan konstitutif:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} = c^2 \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)$$

Kita dapat menulis hukum kekekalan massa (4.1a) sebagai:

$$\frac{1}{\rho c} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) + c \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial (\rho \beta)}{\partial t}$$

dengan penambahan, pengurangan masing-masing, dari hukum kekekalan momentum

(4.1  
b) 
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (u \pm c)\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(u \pm \int \frac{dp}{\rho c}\right) = \frac{f_x}{\rho} \pm \frac{c}{\rho} \frac{\partial(\rho\beta)}{\partial t}.$$

dibagi dengan  $\rho$ , kita menemukan persamaan gelombang non-linier dalam bentuk karakteristik:

$$\Gamma^+ = u' + \int \frac{dp}{\rho c} = \text{constan along } c^+ = \left\{ (x, t) \left| \frac{dx}{dt} = u + c^+ \right. \right\}$$

$$\Gamma^- = u' - \int \frac{dp}{\rho c} = \text{constan along } c^- = \left\{ (x, t) \left| \frac{dx}{dt} = u - c^+ \right. \right\}$$

Dengan tidak adanya suku sumber ini hanya menyatakan bahwa sepanjang karakteristik  $c_{\pm}$  invarian Riemann  $T_{\pm}$  dituliskan:

$$\Gamma^\pm - \Gamma_0^\pm = \int \left( \rho_0 c_0^2 \frac{\partial \beta}{\partial t} \pm c_0 f_c \right) dt$$

dimana integrasi tersebut sesuai dengan karakteristik masing-masing. Untuk gas ideal dengan kalor jenis konstan kita temukan dengan menggunakan fakta bahwa aliran isentropik:

$$\int \frac{dp}{\rho c} = \frac{2c}{\gamma - 1}$$

Dalam pendekatan linier dengan tidak adanya sumber yang kita miliki sepanjang garis yang ditentukan oleh

Seperti yang sudah kita temukan di ujung pipa tertutup ( $x = 0$ ). Tentu saja kita bisa menyelesaikan masalah ini tanpa diagram ( $x$ ,

t), tapi ini membutuhkan usaha yang cukup intelektual.

Dari dua contoh sebelumnya diperoleh aturan sederhana untuk menggunakan diagram  $(x, t)$  yang dikombinasikan dengan metode karakteristik:

- a) Tunjukkan pada sumbu  $x$  dan  $t$  kondisi awal dan batas.
- b) Gambarkan karakteristik yang membatasi daerah-daerah yang tidak terganggu dimana kondisi awal berlaku.
- c) Pertimbangkan refleksi dari karakteristik batas ini pada kondisi batas. (Kontak daerah pembatas permukaan dari

keadaan seragam yang berbeda  $p_0, \rho_0, c_0, \dots$  akan dibahas dalam bagian 4.4.) Ini menghasilkan pembagian lebih lanjut dari bidang  $(x, t)$  di daerah seragam.

- d) Tentukan keadaan di perbatasan pada saat pesan pertama dari kondisi awal tiba.
- e) Tentukan keadaan di daerah di mana dua karakteristik keluarga berlawanan  $c^+$  dan  $c^-$  berasal dari daerah di mana solusi diketahui bertemu.

Sedangkan untuk masalah nilai awal metode karakteristik paling efisien, kita akan menggunakan analisis Fourier jika kita

mempertimbangkan masalah kondisi batas. Untuk persamaan gangguan harmonik yang stabil (4.8a, 4.8b) menjadi:

$$p' = p^+ e^{i\omega t - ikx} + p^- e^{i\omega t + ikx}$$

$$u' = \frac{1}{\rho_0 c_0} (p^+ e^{i\omega t - ikx} + p^- e^{i\omega t + ikx})$$

dimana  $p \pm$  adalah amplitudo yang merupakan fungsi dari  $\omega$ , dan  $k$  adalah bilangan gelombang ( $k = \omega / c_0$ ).

### 3.2.4 Gelombang sederhana non linier dan gelombang kejut

Solusi umum dari persamaan aliran homentropik satu dimensi non-linier hanya dapat diperoleh dengan metode numerik. Dalam kasus tertentu dari gelombang yang

merambat ke daerah seragam, solusinya sangat disederhanakan oleh fakta bahwa karakteristik yang berasal dari daerah seragam semuanya membawa pesan yang seragam. Kami akan menunjukkan bahwa sebagai konsekuensi dari ini karakteristik lain dalam gelombang ini adalah garis lurus pada bidang  $(x, t)$ . Gelombang seperti itu disebut gelombang sederhana.

Sebagai contoh, pertimbangkan gelombang yang merambat sepanjang  $c^+$  karakteristik yang memenuhi gelombang-c yang berasal dari daerah seragam. Pesan yang dibawa oleh karakteristik  $c^-$  adalah:

$$\Gamma^- = u' - \int \frac{dp}{\rho c} = \Gamma_0^- \text{ for all } c^-$$

Jika kita sekarang mempertimbangkan karakteristik  $c^+$  dalam gelombang sederhana, kita memiliki tambahan bahwa  $T^+$  sama dengan konstanta lain, khusus untuk  $c^+$  tertentu:

Penjumlahan dan pengurangan (4.22) dan (4.23) menghasilkan, sepanjang  $c^+$ , hasilnya

$$u = \frac{1}{2}(r^+ + r_0^-)$$

$$\int \frac{dp}{\rho c} u = \frac{1}{2}(r^+ + r_0^-)$$

Oleh karena itu, kecepatan  $u$  konstan sepanjang nilai  $c^+$ . Karena selain kuantitas termodinamika  $\int dp/\rho c$  juga entropi  $s$  konstan sepanjang  $c^+$  (karena alirannya homentropik), kita menyimpulkan bahwa semua variabel termodinamika konstan sepanjang  $c^+$ . Khususnya kecepatan suara  $c = \sqrt{(\partial p/\partial \rho)_s}$  konstan sepanjang  $c^+$  dalam gelombang sederhana. Oleh karena itu, kemiringan  $(u + c)$  karakteristik  $c^+$  tetap, dan karakteristiknya adalah garis lurus pada diagram  $(x, t)$ .

Sebagai contoh aplikasi kami menganggap gelombang sederhana yang dihasilkan untuk  $x > 0$  dengan kondisi batas tertentu  $p(0, t)$  pada  $x = 0$ , dengan asumsi fluida diam yang seragam ( $u_0 = 0$ ) dengan

kecepatan suara  $c = c_0$  untuk  $t < 0$ . Kecepatan suara  $c(0, t)$  pada  $x = 0$  dihitung dengan menggunakan persamaan keadaan

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$$

Dari karakteristik  $c^-$  tersirat

$$u = \frac{2c_0}{\gamma - 1} \left(\frac{c}{c_0} - 1\right) = \frac{2c_0}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1\right)$$

Sekarang dapat dengan mudah membangun gelombang sederhana dengan menggambar pada setiap waktu  $t$  karakteristik  $c^+$  yang berasal dari  $x = 0$ . Kita lihat dari persamaan ini bahwa kompresi  $\frac{\partial}{\partial t} p(0, t) > 0$  menyiratkan peningkatan kedua  $c(0, t)$  dan  $u(0, t)$ , dan tentu saja kebalikan dari dekompresi atau

ekspansi. Akibatnya, karakteristik di puncak gelombang kompresi memiliki kecepatan yang lebih tinggi ( $u + c$ ) daripada yang di depannya. Ini menghasilkan peningkatan bertahap gelombang kompresi. Deformasi non-linier gelombang ini pada akhirnya akan menghasilkan pemecahan teori karena karakteristik  $c^+$  yang bertetangga dalam perpotongan kompresi untuk waktu tempuh yang lebih besar dari  $t_s$  atau jarak yang lebih besar dari  $x_s$  yang diberikan oleh

$$t_s = - \left[ \left( \frac{\partial(u+c)}{\partial x} \right)_{t=0} \right]^{-1}, \quad (4.25a)$$

$$x_s = -t_s^2 \left[ \left( \frac{\partial(u+c)}{\partial t} \right)_{x=0} \right]. \quad (4.25b)$$

Untuk kompresi lemah, kami menemukan pendekatan untuk gas ideal dengan konstanta  $\gamma$ :

$$x_s \simeq c_0 t_s = \frac{2\gamma p_0 c_0}{\gamma + 1} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{x=0} \right]^{-1}. \quad (4.26)$$

Untuk  $t > t_s$  atau  $x > x_s$  solusi yang ditemukan dengan integrasi persamaan diferensial menjadi beberapa nilai dan kehilangan arti fisiknya.

Perkiraan yang menjadi dasar persamaan sudah akan gagal sebelum ini terjadi karena penuraman gelombang melibatkan gradien yang besar sehingga konduksi panas dan gesekan tidak dapat diabaikan. Ini membatasi proses deformasi

gelombang. Untuk perbedaan tekanan yang besar melintasi gelombang, gradien akhir sangat besar sehingga ketebalan gelombang hanya beberapa kali jalur bebas rata-rata molekuler, sehingga teori kontinum gagal. Struktur gelombang berada dalam perkiraan kontinum suatu diskontinuitas dengan kondisi lompatan yang ditentukan oleh hukum kekekalan integral. Kami menyebutnya gelombang kejut. Selain terputus-putus, solusinya juga disipatif, karena ada produksi entropi dalam gelombang kejut.

Jika gelombang diprakarsai oleh gangguan harmonik  $p'(0, t) = \hat{p} \cos$

$$\frac{x_s \omega}{c_0} = \frac{2\gamma p_0}{(\gamma + 1)\hat{p}} \quad (\omega t), \quad \text{jarak}$$

pembentukan guncangan yang sesuai dengan nilai  $\frac{\partial}{\partial t}$

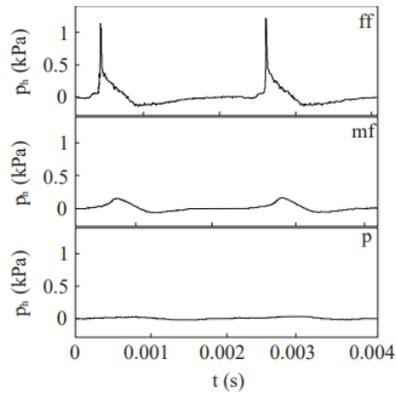
$p'$  diberikan oleh

$$\frac{x_s \omega}{c_0} = \frac{2\gamma p_0}{(\gamma + 1)\hat{p}}$$

Dalam segmen pipa, yang pada kedua sisinya ditutup oleh dinding yang kaku, sebuah gelombang dengan mudah bergerak ratusan panjang gelombang sebelum dilemahkan secara signifikan oleh gesekan. Oleh karena itu, bahkan pada amplitudo gelombang kejut  $\hat{p}/p_0 = O(10^{-2})$  yang tampaknya sederhana dapat muncul dalam tabung tertutup yang digerakkan oleh piston

pada frekuensi resonansinya. Makalah terbaru yang membahas efek tersebut adalah review dari Crighton ([42]) dan karya Ockendon et al. ([163]). Ketika ruas pipa terbuka di salah satu ujungnya, gelombang dibalik setiap kali memantul di ujung terbuka. Distorsi gelombang non-linier karena perambatan gelombang selama setengah periode osilasi dikompensasikan, setidaknya dalam pendekatan pertama, dalam setengah periode berikutnya. Dalam kondisi seperti itu, efek non-linier akibat pemisahan aliran pada terminasi pipa terbuka (Disselhorst & Van

Wijngaarden [49]) atau bahkan turbulensi di lapisan batas akustik ([135], [240], [3], [55]) dapat muncul sebelum distorsi gelombang non-linier menjadi dominan.



**Gambar 4.3** Sinyal tekanan yang diukur di pintu keluar klakson untuk tiga level permainan: piano (p), mezzo-forte (mf), dan fortissimo (ff).

Namun, ketika pipa digerakkan oleh sinyal tekanan non-harmonik yang kuat  $p'(0, t)$ , penuraman gelombang dapat

menyebabkan pembentukan gelombang kejut sebelum ujung terbuka tercapai. Misalnya, terjadi pada trombon dimana tekanan di pintu keluar tanduk menunjukkan puncak yang sangat tajam, seperti yang ditunjukkan pada gambar (4.3). Peningkatan distorsi gelombang dengan amplitudo menjelaskan dalam alat musik tersebut peningkatan kecerahan (harmonik yang lebih tinggi) dari suara dengan peningkatan level suara (Hirschberg [77]). Dalam loudspeaker ruang terbuka, gelombang tanduk merambat secara non-linier. Pada knalpot mesin pembakaran, gelombang kejut juga umum terjadi. Ketika deformasi non-linier kecil, pembentukan harmonik pertama  $p^1$

pada  $2\omega_0$  oleh sinyal  $\hat{p}$ , awalnya harmonik dengan frekuensi  $\omega_0$ , diberikan oleh [175]:

$$\frac{\widehat{p}_1}{\hat{p}} = \frac{x}{2x_s}$$

### 3.3 Istilah Sumber

Sementara  $f_x$  adalah suku sumber dalam (4.1b) yang dapat direalisasikan dengan gaya gravitasi atau elektromagnetik yang tidak seragam, suku sumber  $\partial^2 (\rho\beta)/\partial t^2$  dalam (4.1a) tidak sesuai dengan pembentukan massa (karena kami mempertimbangkan kondisi non-relativistik). Karenanya jika kita memperkenalkan istilah sumber  $\partial^2 (\rho\beta)/\partial t^2$ , istilah ini akan menjadi representasi dari proses kompleks yang kami masukkan dalam model aliran inviscid 1-D

sebagai istilah sumber. Misalnya pengaruh injeksi fluida melalui dinding samping berpori di dalam pipa dapat dipertimbangkan dengan meng-asumsikan istilah sumber dalam pipa yang diisi secara seragam dengan dinding yang kaku dan tidak tembus cahaya. Dalam kasus  $f_x$ , kami mungkin juga menemukan berguna untuk meringkas efek aliran kompleks seperti aliran di sekitar kipas ventilasi dengan mengasumsikan sumber momentum terlokalisasi dalam model satu dimensi. Ini disebut model disk aktuator. Tentu saja, representasi proses yang kompleks seperti ini oleh sumber sederhana hanya mungkin jika kita dapat menemukan model untuk menghitung sumber ini. Ini hanya menarik jika

model yang disederhanakan atau urutan perkiraan besaran dapat digunakan. Jika wilayah sumber padat, kami akan dapat menemukan hubungan sederhana antara model aliran lokal yang disederhanakan dan sumber 1-D yang sesuai dengan menerapkan hukum konservasi integral di wilayah sumber dan mengabaikan variasi waktu emisi di wilayah sumber.

Pertama-tama kita pertimbangkan perubahan mendadak sekitar  $xy$  pada kecepatan suara  $c$  dan kepadatan  $\rho$  antara dua media, 1 dan 2, dalam pipa berdinding keras dengan penampang yang seragam dengan ukuran  $L^2$  (gambar 4.6). Jika gelombang benar-benar bidang

dan antarmuka benar-benar lurus, kondisi lompatan melintasi antarmuka (kecepatan dan tekanan kontinyu) dapat mengikuti dari kontinuitas garis arus dan tegangan normal. Secara umum, bagaimanapun, ini lebih halus. Sebagai contoh ilustrasi, kami akan memberikan turunannya di sini secara detail.

Asumsikan bahwa frekuensi tipikal low rendah sehingga bilangan Helmholtz  $\epsilon_1 = \omega L/c_1$  dan  $\epsilon_2 = \omega L/c_2$  kecil. Dalam hal ini, bidang akustik hanya 3D di sekitar lompatan. Pada diameter sekitar  $L$  jauhnya praktis bidang dan hanya bergantung pada  $x$  (lihat halaman 153: semua mode menghilang kecuali untuk

gelombang bidang). Tentukan  $\Omega_1$  sama dengan volume antara (tidak harus lurus dan mantap) interface  $S(t)$  dekat  $x = y$  dan tetap pesawat  $x = y_- = y - L$ . Demikian pula, kita mendefinisikan  $\Omega_2$  volume antara  $S$  dan  $x = y_+ = y + L$ .

Integrasikan persamaan kekekalan massa dalam bentuk (1.23) pada  $\Omega_1$  dan  $\Omega_2$  untuk mendapatkan:

$$\iiint_{\Omega_1} \left[ \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{v}_1 \right] dx + \iiint_{\Omega_2} \left[ \frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{v}_2 \right] dx = 0$$

Setelah menerapkan teorema divergensi Gauss,

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega_1} \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} dx - \iint_{x=y_-} u_1 dA + \iint_S (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_1) dA \\ + \iiint_{\Omega_2} \frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} dx + \iint_{x=y_+} u_2 dA + \iint_S (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n}_2) dA = 0 \end{aligned}$$

dan menggunakan fakta bahwa pada antarmuka  $S$  komponen kecepatan normal terus menerus dan begitu  $(v_1 \cdot n_1) =$

$-(v_2 \cdot n_2)$ , kami mendapatkan

$$\iiint_{\Omega_1} \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} dx - u_1(y_-)L^2 + \iiint_{\Omega_2} \frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} dx + u_2(y_+)L^2 = 0$$

Setelah linierisasi dan estimasi integral volume  $L^3 \rho_t / \rho$   $L^3 \omega \rho^r / \rho_0$   $L^3 \omega v^r / c_0$   $L^2 \epsilon v^r$ , kita temukan bahwa

$$u'_2(y_+) - u'_1(y_-) = O(\epsilon_1 v'_1, \epsilon_2 v'_2)$$

Dengan cara yang sama kita mengintegrasikan persamaan momentum aksial

$$\iiint_{\Omega_1} \left[ \rho_1 \frac{du_1}{dt} + \frac{\partial p_1}{\partial x} \right] dx + \iiint_{\Omega_2} \left[ \rho_2 \frac{du_2}{dt} + \frac{\partial p_2}{\partial x} \right] dx = 0.$$

Setelah diintegrasikan ke x

$$\iiint_{\Omega_1} \rho_1 \frac{du_1}{dt} dx - \iint_{x=y_-} p_1 dA + \iint_S p_1 dA + \iiint_{\Omega_2} \rho_2 \frac{du_2}{dt} dx + \iint_{x=y_+} p_2 dA - \iint_S p_2 dA = 0.$$

dan menggunakan fakta bahwa pada S tekanan kontinu, kita temukan

$$\iiint_{\Omega_1} \rho_1 \frac{du_1}{dt} dx - p_1(y_-)L^2 + \iiint_{\Omega_2} \rho_2 \frac{du_2}{dt} dx + p_2(y_+)L^2 = 0.$$

Linearisasi dan estimasi integral volume

$$\sim L^3 \rho u_t \sim L^3 \omega \rho_0 u' \sim L^3 \omega \rho_0 c_0 u' / c_0 \sim L^3 \omega p' / c_0 =$$

$L^2 \varepsilon p'$  lead to

$$p'_2(y_+) - p'_1(y_-) = O(\varepsilon_1 p'_1, \varepsilon_2 p'_2)$$

Secara keseluruhan kita memiliki kira-kira kondisi lompatan berikut pada  $x = y$

$$\begin{aligned}\Delta u' &= u'_2 - u'_1 = 0, \\ \Delta p' &= p'_2 - p'_1 = 0.\end{aligned}$$

Dengan menggunakan solusi umum (4.8a, 4.8b) dari persamaan gelombang homogen, kita mendapatkan pada  $x = y$  untuk kondisi lompatan dalam tekanan dan kecepatan, masing-masing:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_1(y - c_1t) + \mathcal{G}_1(y + c_1t) &= \mathcal{F}_2(y - c_2t) + \mathcal{G}_2(y + c_2t), \\ \frac{\mathcal{F}_1(y - c_1t) - \mathcal{G}_1(y + c_1t)}{\rho_1 c_1} &= \frac{\mathcal{F}_2(y - c_2t) - \mathcal{G}_2(y + c_2t)}{\rho_2 c_2}.\end{aligned}$$

Jika, misalnya, kita memiliki sumber di  $x < y$  yang menghasilkan gelombang datang  $F_1$ ,

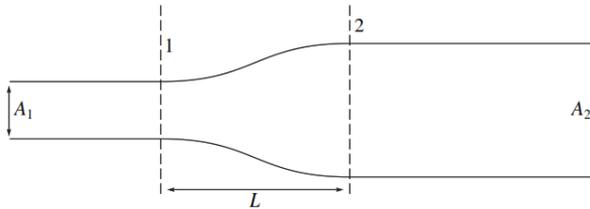
dalam tabung dengan panjang tak hingga sehingga  $G_2 = 0$ , kita memperoleh

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1(x + c_1t) &= R\mathcal{F}_1(2y - (x + c_1t)), \\ \mathcal{F}_2(x - c_2t) &= T\mathcal{F}_1\left(\left(1 - \frac{c_1}{c_2}\right)y + \frac{c_1}{c_2}(x - c_2t)\right), \\ \text{where } R &= \frac{\rho_2c_2 - \rho_1c_1}{\rho_2c_2 + \rho_1c_1}, \quad T = \frac{2\rho_2c_2}{\rho_2c_2 + \rho_1c_1}. \end{aligned}$$

Faktor  $R$  antara  $G_1$  dan  $F_1$  disebut koefisien refleksi dan faktor  $T$  antara  $F_2$  dan  $F_1$  disebut koefisien transmisi. Kami mengamati bahwa jika  $\rho_1c_1 = \rho_2c_2$  gelombang akustik tidak dipantulkan pada diskontinuitas kontak. Pemeriksaan (4.44a, 4.44b) untuk  $\rho_1c_1 = \rho_2c_2$  juga menunjukkan bahwa solusi satu-satunya adalah  $F_1 = F_2$  dan  $G_1 = G_2$ . Ini sesuai dengan hasil yang diperoleh di bagian 3.2 saat mempertimbangkan gelombang harmonik.

### 3.3.2 Perubahan Mulus pada Penampang Pipa

Kami sekarang mempertimbangkan transisi kompak dalam luas penampang pipa dari  $A_1$  ke  $A_2$ . Jika alirannya



Gambar 4.7 Perubahan luas penampang mendadak.

Homentropik dan tidak ada pemisahan aliran (vortisitas nol) perbedaan tekanan  $\Delta p' = p_2' - p_1'$  melintasi diskontinuitas dapat dihitung

dengan menggunakan persamaan Bernoulli tidak stabil incompressible (1.32b):

$$\Delta p' = \frac{1}{2}\rho_0(u_1'^2 - u_2'^2) - \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \Delta \varphi,$$

dimana  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  adalah beda potensial.

Dalam pendekatan linier:

$$\Delta p' \simeq -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \Delta \varphi.$$

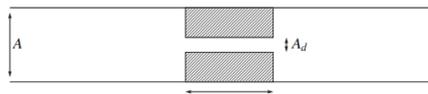
dapat dikombinasikan dengan hukum kekekalan massa linier dalam pendekatan frekuensi rendah

$$\rho_0 A_1 u_1' = \rho_0 A_2 u_2'$$

untuk menghitung pantulan pada diskontinuitas pipa.

### 3.3.3 Orifice dan Perilaku Amplitudo

Alih-alih variasi halus dari area pipa  $A$ , kami mempertimbangkan lubang yang ditempatkan di pipa dengan area  $A_d$  dan ketebalan  $L$  (gambar 4.8). Dimulai dengan masalah perambatan gelombang akustik melalui fluida stagnan ( $u_0 = 0$ ). Pada prinsipnya, jika kita menggunakan aproksimasi (4.47) dan (4.48)



Gambar 4.8 Lubang

mengabaikan potensi lompatan  $\Delta\phi$ , kita melihat bahwa orifice akan benar-benar "transparan" terhadap gelombang akustik.

Namun, jika  $A_d \ll A$  kami menemukan secara eksperimental efek yang signifikan dari lubang yang disebabkan oleh inersia udara di lubang tersebut. Dengan asumsi kecepatan seragam dan aliran mampat tanpa gesekan yang kita miliki dari (4,47):

$$\Delta p' \simeq -\rho_0 \frac{A}{A_d} L \frac{\partial u'}{\partial t}.$$

dimana  $u'$  adalah kecepatan akustik dalam pipa. Kita juga bisa mendapatkan hasil ini dengan mempertimbangkan perbedaan tekanan  $\Delta p'$  diperlukan untuk mempercepat massa fluida ( $\rho_0 A_d L$ ) di orifice dan memperhatikan bahwa kecepatan partikel di orifice diberikan oleh:

$$u'_d = \frac{A}{A_d} u'.$$

Dalam prakteknya (4.49) menghasilkan batas bawah untuk penurunan tekanan melintasi orifice karena kita mengabaikan inersia udara di wilayah di luar orifice. Efek ini dapat diperhitungkan dengan memperkenalkan "koreksi akhir"  $\delta$  di kedua sisi:

$$L_{eff} = L + 2\delta$$

Dimana  $\delta$  tampaknya dari urutan  $(A_d / \pi)^{1/2}$ . Biasanya  $(8 / 3\pi) (A_d / \pi)^{1/2}$  untuk lubang lingkaran dan nilai yang lebih besar untuk celah [91]. Ini menjelaskan mengapa lubang tipis ( $L \rightarrow 0$ ) juga mempengaruhi perambatan

gelombang akustik dalam pipa. Untuk lubang melingkar dengan jarijari  $a$  dalam pelat tipis kita memiliki  $L_{eff} = \pi a / 2$  (lihat [175]).

Jika kita mempertimbangkan lubang sempit, kecepatan lokal  $u'd$  di lubang tersebut bisa menjadi cukup besar. Ketika perpindahan partikel akustik  $u'd / \omega$  menjadi sebanding dengan jari-jari kelengkungan tepi di pintu masuk dan keluar dari lubang efek non-linier dan gesekan akan menghasilkan pelepasan pusaran yang diinduksi secara akustik [94, 95, 49, 44 ]. Ketika perpindahan partikel fluida menjadi sebanding dengan diameter orifice  $(A_d / \pi)^{1/2} u'd / \omega = O(1)$  pelepasan pusaran dapat dijelaskan dalam

bentuk pembentukan jet bebas, dengan mengasumsikan bahwa tidak ada perbedaan tekanan melintasi batas-batas jet. Lapisan geser yang menutupi jet tidak mampu mempertahankan perbedaan tekanan. Selanjutnya jika  $A_d / A \ll 1$  kita asumsikan bahwa energi kinetik dalam aliran  $\frac{1}{2}\rho u'd^2$  hilang pada perlambatan dari jet dengan turbulen bercampur dengan udara di dalam pipa. Ini berarti bahwa sebagai tambahan pada suku-suku linier di Bernoulli kita harus menambahkan efek-efek non-linier:

$$\Delta p' = -\rho_0 \frac{A}{A_d} L \frac{\partial u'}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A}{A_d} u' \right)^2.$$

Ciri khas dari efek ini adalah bahwa tekanan  $\Delta p'$  sekarang memiliki komponen  $\frac{1}{2}$

$\rho^r d^2$  yang sefasa dengan kecepatan akustik, dan oleh karena itu akan melibatkan kehilangan energi (akustik) yang tidak ada dalam situasi yang dibahas sampai sekarang. . Kerugian ini disebabkan oleh fakta bahwa energi kinetik dalam jet dihamburkan oleh turbulensi.

Model yang diusulkan di sini tampak cukup masuk akal tetapi dalam banyak kasus, luas permukaan jet lebih kecil dari  $A_d$  yang menyiratkan kerugian tambahan [44]. Efek ini dapat menjadi sebanyak faktor 2. Kontraksi pancaran oleh faktor 2 sesuai dengan yang disebut vena contracta pada pintu masuk pipa yang tidak berpipi. Untuk lubang tipis dengan tepi tajam, penampang

jet merupakan faktor  $\frac{\pi}{\pi+2}$  lebih sempit. Jika tepinya dibulatkan, efek kontraksi menghilang dengan cepat.

Menarik untuk dipertimbangkan sekarang bagaimana aliran rata-rata mempengaruhi sifat akustik sebuah orifice. Kami berasumsi bahwa kecepatan aliran rata-rata  $u_0$  dalam pipa sangat kecil dibandingkan dengan kecepatan suara  $c_0$  sehingga kami dapat mengabaikan semua efek konvektif pada perambatan gelombang ( $u_0/c_0 \ll 1$ ). Karena lubang memiliki bukaan kecil ( $A_d/A$ ), kecepatan aliran rata-rata di orifice signifikan. Kami mengasumsikan aliran stasioner tanpa gesekan dan tidak dapat dimampatkan.

Asumsi aliran tanpa gesekan gagal, bagaimanapun, untuk menggambarkan aliran di pintu keluar orifice dimana sebagai akibat dari gesekan aliran terpisah dari dinding dan semburan bebas luas permukaan  $A_d$  terbentuk.

Dengan asumsi lebih lanjut tidak ada perbedaan tekanan antara jet dan lingkungannya, kita dapat menulis untuk perbedaan tekanan total  $\Delta p_0$ :

$$\Delta p_0 = -\frac{1}{2}\rho\left(\frac{A}{A_d}u_0\right)^2.$$

Fluktuasi kecepatan akustik  $u'$  kita miliki, mengabaikan persyaratan yang lebih tinggi di  $u'$ :

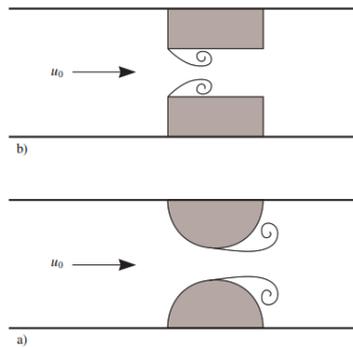
$$\Delta p' = -\rho_0 \frac{A}{A_d} L \frac{\partial u'}{\partial t} - \rho_0 \left( \frac{A}{A_d} \right)^2 u_0 u'.$$

Kita melihat dari persamaan ini bahwa bahkan dalam pendekatan linier energi ditransfer  $(\rho_0(A/A_d)^2 u_0 u'^2)$  dari bidang akustik ke aliran (di mana ia dihamburkan oleh turbulensi). Efek ini tentu saja merupakan hasil dari gaya  $\rho_0(\omega v)$  dalam analogi Howe (bagian 2.6). Vortisitas yang bertanggung jawab untuk ini terletak di lapisan geser yang membatasi jet bebas. Kami akan menjelaskan pembentukan jet bebas di bagian 5.1. Konsekuensi dari efek ini adalah bahwa lubang yang ditempatkan di dalam tabung dengan aliran rata-rata merupakan mekanisme redaman yang sangat efisien.

Perangkat ini memang digunakan di bagian hilir kompresor untuk menghindari denyut frekuensi rendah yang mungkin diinduksi oleh kompresor ke dalam sistem pipa. Sebagaimana dijelaskan oleh Bechert [10], untuk setiap lubang yang ditempatkan di ujung pipa seseorang dapat menemukan bilangan Mach di mana koefisien refleksi untuk gelombang akustik yang panjang menghilang. Lubang seperti itu bertindak dengan demikian sebagai terminasi anechoic untuk frekuensi rendah!

Sifat indah dari mekanisme redaman ini adalah tidak bergantung pada frekuensi selama frekuensinya cukup rendah. Ini tidak terjadi dengan efek gesekan dan

perpindahan panas yang sangat bergantung pada frekuensi (persamaan 3.13), dengan cara di mana pada frekuensi rendah gesekan cukup tidak efisien.



Gambar 4.9 Pembusukan pusaran di sebuah orifice.

Namun, menarik untuk dicatat bahwa dalam kondisi aliran khusus, sebuah orifisium dapat menghasilkan suara sebagai akibat pelepasan pusaran. Hal ini terjadi khususnya

jika orifisium memiliki tepi yang tajam di pintu masuk tempat vortisitas dilepaskan [6] (gambar 4.9a) atau saat tepi dibulatkan di sisi hilir [251, 76] (gambar 4.9b).

Frekuensi suara yang dihasilkan oleh pelepasan pusaran sedemikian rupa sehingga periode osilasi secara kasar sesuai dengan waktu tempuh pusaran melalui lubang (bilangan Strouhal  $Sr = f L / ( A u_0 / A_d ) O(1)$ ). Ketika sumber suara ini berpasangan dengan resonator (lihat bab selanjutnya) amplitudo yang besar dapat dihasilkan. Ini adalah penjelasan untuk siulan manusia [251, 219]. Ketidakstabilan aliran jenis ini juga terjadi di sekitar susunan pipa seperti yang digunakan dalam penukar panas [18]. Whistling cor-

merespon ketidakstabilan aliran mandiri. Dalam kasus gelombang akustik yang dipaksakan secara eksternal, pusaran pusaran periodik adalah fenomena non-linier yang akan menghasilkan harmonik yang lebih tinggi. Oleh karena itu, menekan denyut frekuensi rendah (berbahaya secara mekanis) dengan lubang dapat dibayar dengan menghasilkan kebisingan frekuensi tinggi yang merupakan masalah lingkungan.

Sebuah generalisasi prosedur yang kami perkenalkan secara intuitif untuk orifice dapat diperoleh untuk diskontinuitas kompak yang sewenang-wenang dalam sistem pipa. Efek akustik dari diskontinuitas ini dapat direpresentasikan dalam model akustik oleh

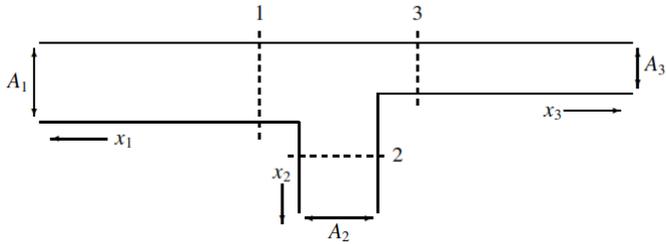
diskontinuitas tekanan  $(\Delta p)_{source}$  yang dihitung dengan mengurangkan dari yang sebenarnya perbedaan tekanan  $\Delta p$  perbedaan tekanan  $(\Delta p)_{pot}$ , sesuai dengan aliran potensial dengan kecepatan yang sama kondisi batas:

$$(\Delta p)_{source} = \Delta p - (\Delta p)_{pot}.$$

Perbedaan tekanan aktual  $\Delta p$  dapat diukur atau dihitung sebagai fungsi dari aliran arus utama  $u_0$  dan fluktuasi kecepatan akustik  $u^f$ . Perbedaan potensial aliran  $(\Delta p)_{pot}$  dihitung.

#### 4.4.4 Persimpangan Ganda

Pada bagian sebelumnya kami menggunakan persamaan Bernoulli untuk mendapatkan kondisi lompatan tekanan untuk perubahan diameter pipa yang tidak kontinyu. Kami juga bisa mendapatkan ekspresi serupa dengan mempertimbangkan hukum kekekalan energi. Penggunaan Bernoulli adalah prosedur yang lebih kuat. Untuk mengilustrasikan pernyataan ini, kami mempertimbangkan pantulan gelombang di persimpangan ganda. Sebagai contoh, perhatikan  $T$  persimpangan berbentuk antara tiga pipa dengan permukaan penampang  $A_1$ ,  $A_2$  dan  $A_3$ , masing-masing (gambar 4.10).



Gambar 4.10 Persimpangan Ganda.

Didefinisikan sepanjang setiap pipa  $x$ -koordinat dengan arah positif keluar dari persimpangan. Konservasi massa untuk persimpangan kompak menghasilkan:

$$A_1 u'_1 + A_2 u'_2 + A_3 u'_3 = 0$$

sedangkan dari persamaan Bernoulli kita temukan:

$$p'_1 = p'_2 = p'_3 \quad (4.56)$$

Perhatikan bahwa cabang samping tertutup sangat populer sebagai reflektor untuk mencegah penyebaran pulsasi yang diinduksi kompresor. Menarik untuk dicatat bahwa aliran juga dapat secara drastis mempengaruhi sifat akustik dari beberapa persimpangan dan membuat penggunaan perangkat ini cukup berbahaya. Khususnya jika kita mempertimbangkan persimpangan dengan cabang samping tertutup, lapisan geser yang memisahkan aliran utama dari fluida stagnan di dalam pipa tidak stabil. Penggabungan ketidakstabilan ini dengan medan akustik resonansi dapat menghasilkan tingkat denyut dengan urutan  $p^f \sim O(\rho c_0 u_0)$  ([25, 108, 254]). Sekali lagi,

denyutan amplitudo ini sangat bergantung pada bentuk tepi persimpangan, seperti halnya bentuk tepi sangat penting dalam masalah lubang.

#### **4.4.5 Refleksi Pada Gelembung Udara Kecil di Dalam Pipa.**

Gelembung udara di sirkuit air dari pemanas sentral sebuah rumah bertanggung jawab atas suara frekuensi tinggi yang sangat khas. Sebagai langkah pertama untuk memahami efek ini sekarang kita mempertimbangkan refleksi gelombang harmonik pada gelembung udara kecil ber radius  $a$  (Volume  $V_p = (4\pi / 3)a^3$ ) ditempatkan dalam pipa berisi air pada tekanan statis

$p_0$ . Jika gelembung kecil dibandingkan dengan karakteristik panjang gelombang akustik, kita dapat mengasumsikan bahwa tekanan  $p_{br}$  dalam gelembung akan seragam. Mengabaikan efek tegangan permukaan dan mengasumsikan bahwa tekanan gelembung  $p_{br}$  sama dengan tekanan air di sekitarnya.

Pada batas frekuensi rendah, ketika gaya inersia dalam aliran di sekitar gelembung dapat diabaikan, tekanan yang diinduksi oleh gelombang bidang akustik yang lewat di dalam air di sekitar gelembung akan hampir seragam:  $\Delta p^r = 0$ . Gelembung akan bereaksi semu -

statically terhadap variasi tekanan akustik yang dikenakan  $p'$ . Karena gelembung berisi udara jauh lebih dapat dimampatkan daripada air, keberadaan hasil gelembung menjadi istilah sumber volume, yang menimbulkan lompatan kecepatan akustik di seluruh volume kontrol termasuk gelembung:

$$\Delta u' \simeq -\frac{V_p}{A\gamma p_0} \frac{dp'}{dt}$$

dimana kami mengabaikan kompresibilitas air dibandingkan dengan kompresibilitas udara ( $K_{udara} = 1 / \gamma p_0$ ) dan kami mengasumsikan kompresi adiabatik (mengambil  $\gamma = 1$  akan menyiratkan kompresi isothermal seperti yang kami harapkan untuk frekuensi yang sangat

rendah). Koefisien refleksi untuk gelombang  $F_1$  yang datang ke gelembung sekarang dapat dihitung dari kondisi lompatan untuk  $Op^r$  dan  $Ou^r$ . Dengan asumsi  $G_2 = 0$  kita temukan dari kontinuitas tekanan:

$$\mathcal{F}_1 + \mathcal{G}_1 - \mathcal{F}_2 = 0$$

Dan dari (4.57):

$$\mathcal{F}_1 - \mathcal{G}_1 - \mathcal{F}_2 = \frac{\rho_w c_w V_p}{A\gamma p_0} \frac{d}{dt} (\mathcal{F}_1 + \mathcal{G}_1).$$

Dengan pengurangan (4,58) dari (4,59) kita dapat menghilangkan  $F_2$  dan menemukan:

$$\mathcal{G}_1 = -\frac{\rho_w c_w V_p}{2A\gamma p_0} \frac{d}{dt} (\mathcal{F}_1 + \mathcal{G}_1)$$

Inersia air di sekitar gelembung akan secara dramatis mempengaruhi interaksi antara gelembung dan gelombang akustik pada frekuensi yang lebih tinggi. Jika kita mengasumsikan bahwa panjang gelombang akustik di udara dan air sangat besar dibandingkan dengan jari-jari gelembung, kita masih dapat mengasumsikan tekanan seragam dalam gelembung. Ini juga menyiratkan bahwa gelembung akan tetap berbentuk bola. Osilasi radius gelembung:

$$a = a_0 + \hat{a} e^{i\omega t}$$

di sekitar nilai kesetimbangan  $a_0$  akan menyebabkan aliran radial air di sekitar gelembung jika diasumsikan bahwa gelembung itu kecil dibandingkan dengan

diameter pipa. Dalam pendekatan frekuensi rendah yang dipertimbangkan di sini, aliran ini tidak dapat dimampatkan. Oleh karena itu kita memiliki kecepatan radial  $v_r$  :

$$v_r = \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right) \simeq i\omega \left(\frac{a_0}{r}\right)^2 \hat{a} e^{i\omega t}$$

dimana kita mengasumsikan  $\hat{a} / a_0 \ll 1$ .

Variasi tekanan dalam gelembung:

$$p_b = p_0 + \hat{p}_b e^{i\omega t}$$

dapat dikaitkan dengan medan jauh yang tidak dapat dimampatkan (masih dekat gelembung dibandingkan dengan jari-jari pipa) dengan menerapkan persamaan Bernoulli yang dilinierisasi:

$$p + \rho_w \frac{\partial \varphi}{\partial t} = p_b + \rho_0 \frac{\partial \varphi_b}{\partial t}.$$

Dengan (4.62) kita dapat menghitung  $(\varphi - \varphi_b)$ :

$$\varphi - \varphi_b = \int_a^\infty v_r dr \simeq i\omega a_0 \hat{a} e^{i\omega t}$$

sehingga:

$$p - p_b = \rho_w \omega^2 a_0 \hat{a} e^{i\omega t}.$$

Asumsikan udara dalam gelembung menjadi gas ideal dengan  $p_b \sim \rho^{\gamma}$  dan mengabaikan pelarutan udara dalam air sehingga  $a^3 \rho_b =$  konstan, kita temukan:

$$\frac{1}{\rho_b} \frac{\partial \rho_b}{\partial t} = \frac{1}{\gamma p_b} \frac{\partial p_b}{\partial t} = -\frac{3}{a} \frac{\partial a}{\partial t}$$

atau pendekatan:

$$\frac{\tilde{p}_b}{p_0} = -3\gamma \frac{\tilde{a}}{a_0}.$$

Menggabungkan (4.66) dengan (4.68) dan dengan asumsi bahwa  $p = p_0 + p_1 e^{i\omega t}$  memiliki:

$$\hat{p}' = \rho_w a_0 \hat{a} (\omega^2 - \omega_0^2)$$

dimana frekuensi resonansi  $\omega_0$  (Minnaert frekuensi) didefinisikan oleh:

$$\omega_0^2 = \frac{3\gamma p_0}{a_0^2 \rho_w}$$

Koefisien refleksi  $R = G_1 / F_1$  sekarang dapat dihitung dengan cara yang sama seperti dari (4.58) dan (4.59) dengan jangka sumber dimodifikasi  $\Delta u^f = 4\pi i \omega^2 A^{-1} e^{i\omega t}$ . Karena  $\Delta p^f = 0$ , kita memiliki:

$$\mathcal{F}_1 + \mathcal{G}_1 - \mathcal{F}_2 = 0$$

Dan,

$$\mathcal{F}_1 - \mathcal{G}_1 - \mathcal{F}_2 = \rho_w c_w \frac{4\pi i \omega a_0 (\mathcal{F}_1 + \mathcal{G}_1)}{A \rho_w (\omega^2 - \omega_0^2)}$$

Atau,

$$R = \frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{F}_1} = - \left( 1 + \frac{A(\omega^2 - \omega_0^2)}{2\pi i \omega c_w a_0} \right)^{-1}.$$

Kita melihat bahwa pada resonansi  $\omega = \omega_0$  gelombang sepenuhnya dipantulkan oleh gelembung, dan koefisien pantulannya adalah  $R = -1$ . Kita tentu saja memperoleh hasil yang dramatis karena kita telah mengabaikan semua mekanisme disipasi yang dapat membatasi amplitudo gelembung. osilasi. Kompresibilitas aliran air di sekitar gelembung sudah menghasilkan mekanisme yang

membatasi amplitudo osilasi pada frekuensi resonansi  $\omega_0$ . Namun, ini hanya satu dari sekian banyak mekanisme pembatas amplitudo.

Untuk gelembung kecil, ketika panjang difusi untuk perpindahan panas ke dalam gelembung sebanding dengan radius gelembung, perpindahan panas merupakan kehilangan energi yang signifikan [180]. Ini terjadi untuk:  $a = O((K_{udara} / \omega p_{udara} C_P)^{1/2})$ . Untuk gelembung yang lebih besar, perpindahan panas dapat diabaikan. Untuk gelembung yang lebih kecil, kompresi terjadi secara isothermal dan harus dimasukkan  $\gamma = 1$  dalam teori. Namun, perubahan  $\gamma$  dari 1,4

menjadi 1 tidak menyebabkan redaman. Hanya dalam kisaran antara fluks panas menghasilkan laju perubahan volume yang signifikan dalam fase dengan tekanan akustik. (Karena  $W = \int p' dV = \int_0^t p'(dV/dt) dt$  yang menentukan kerugian, volume  $V$  sebanding dengan  $p^r$  menyiratkan osilasi periodik  $W \sim \int_0^T p'(dp'/dt) dt = 0$ .) . Keterbatasan lain dari amplitudo osilasi adalah perilaku yang sangat non-linear dari yakin Pres- untuk amplitudo osilasi yang dengan sebanding<sub>0</sub>. Jika  $a \rightarrow 0$  tekanan dalam gelembung meningkat secara dramatis ( $p_b \sim a^{-3\gamma}$ ). Teori linier gagal dan gelembung mungkin mulai menunjukkan perilaku

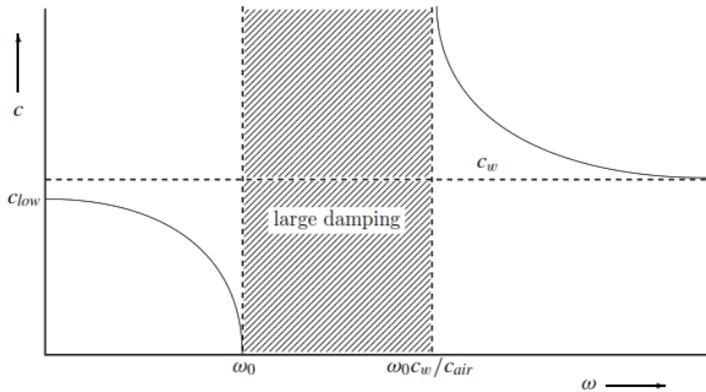
kacau (disebut sebagai kekacauan akustik) [114].

Karena gelembung udara yang terisolasi sudah memiliki efek yang kuat pada akustik tabung berisi air, sejumlah besar gelembung akan memiliki efek dramatis. Pada bagian 2.3 kita telah mempertimbangkan batas frekuensi rendah untuk kecepatan suara dalam cairan berbuih. Kita telah melihat bahwa sebagian kecil volume gelembung dapat sangat mengurangi kecepatan suara. Hal ini disebabkan besar kompresibilitas udara di dalam gelembung. Saat  $\omega$  mencapai  $\omega_0$  efek ini akan menjadi dramatis yang menghasilkan pantulan penuh gelombang

(kecepatan suara nol) [42, 100]. Dalam rentang frekuensi  $\omega_0 < \omega < \omega_0 c_w / c_{udara}$  tidak ada perambatan gelombang yang dimungkinkan dalam cairan berbuih yang ideal. Di atas frekuensi anti-resonansi  $\omega_0 c_w / c_{udara}$  pergerakan gelembung berlawanan dengan fluktuasi tekanan yang diterapkan. Radius meningkat saat tekanan meningkat. Ini berlawanan dengan perilaku frekuensi rendah (gambar 4.11). Akibatnya campuran berbuih akan lebih kaku dari pada air, dan  $c > c_w$ ! Kecepatan suara hingga 2500 m / s memang diamati di air berbuih dengan  $\beta = 2 \times 10^{-4}$  !

Efek menarik lainnya dari resonansi gelembung adalah perannya dalam suara yang sangat spesifik dan universal yang diketahui dihasilkan oleh hujan saat menghantam permukaan air [181]. Pertama-tama harus dicatat bahwa osilasi gelembung adalah sumber suara yang efisien sehingga suara benturan hujan didominasi olehnya. Sekarang, terlepas dari berbagai kecepatan dan ukuran tetesan hujan yang terjadi, universalitas suara hujan disebabkan oleh fakta bahwa hanya gelembung yang terbentuk dari satu<sup>3</sup> ukuran tertentu saja. Di satu sisi, tidak terjadi kombinasi ukuran tetesan dan kecepatan tetesan: tetesan hujan turun

pada kecepatan terminal (keseimbangan hambatan udara dan berat jatuhkan) yang merupakan fungsi peningkatan jari-jari tetesan. Di sisi lain, tidak ada kombinasi ukuran tetesan dan kecepatan jatuh yang menghasilkan gelembung saat menabrak air. Pada setiap ukuran tetesan terdapat satu kecepatan tetesan tempat terbentuknya gelembung-gelembung. Kecepatan pembentukan gelembung ini adalah fungsi penurunan radius.



Gambar 4.11 Ketergantungan frekuensi ideal dari kecepatan suara dalam cairan bergelembung.

The frekuensi rendah batas  $c_{rendah}$ , sedikit lebih rendah dari  $c_w$ , diberikan dalam persamaan (2,44) atau (2,45).

## Acoustics Satu Dimensi

Definisikan ketebalan lapisan batas termal  $\delta_T$  sebagai lebar daerah dekat dinding di mana laju peningkatan energi internal hanya menyeimbangkan laju bersih konduksi panas (di wilayah ini persamaan gelombang tidak valid):

$$\left( \rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} \sim \omega \rho_0 C_p T' \right) \simeq \left( K_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \sim K_0 \frac{T'}{\delta_T^2} \right).$$

Oleh karena itu, skala panjang karakteristik untuk lapisan batas termal adalah

$$\delta_T = \sqrt{\frac{2K_0}{\omega \rho_0 C_p}}.$$

Kami sekarang akan menghitung profil suhu dalam lapisan batas termal. Ini akan

memungkinkan kita untuk menghitung deviasi  $\hat{p}_e = \hat{p} - \hat{p} / c_0$  antara fluktuasi densitas pada lapisan batas dan fluktuasi densitas  $\hat{p} / c_0$  sesuai dengan kompresi adiabatik aliran akustik ideal seperti yang ditemukan di luar lapisan batas. Kepadatan berlebih ini harus disuplai oleh aliran fluida menuju dinding di tepi lapisan batas. Kecepatan ini  $\hat{u}_\infty$  dapat diinterpretasikan oleh pengamat, di luar lapisan batas, sebagai akibat perpindahan  $\text{displ}_T$  dinding kaku dalam fluida hipotetis tanpa konduksi panas. Pekerjaan yang dilakukan oleh perpindahan dinding "virtual" pada bidang akustik ini sesuai dengan disipasi suara oleh konduksi termal di lapisan batas.

## Atenuasi gelombang akustik dengan disipasi termal dan viskos

Setelah menghilangkan energy dari persamaan energi dengan menggunakan hukum kekekalan massa, dan menghilangkan dengan cara hukum gas ideal, kita memperoleh

$$i\omega\left(\frac{\hat{T}}{T_0} - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\hat{p}}{p_0}\right) = a_0 \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\hat{T}}{T_0}\right)$$

Dimana  $0 = K_0 / \rho_0 C_p$  adalah koefisien difusivitas panas. Dalam hal kepadatan berlebih, dengan

$$\frac{\hat{\rho}_e}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_0} \left( \hat{\rho} - \frac{\hat{p}}{c_0^2} \right) = \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} - \frac{\hat{p}}{\gamma p_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\hat{p}}{p_0} - \frac{\hat{T}}{T_0},$$

persamaan ini menjadi

$$i\omega \frac{\hat{\rho}_e}{\rho_0} = a_0 \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\hat{\rho}_e}{\rho_0} \right) - a_0 \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\hat{p}}{p_0} \right).$$

Menggabungkan hukum momentum dan kekekalan massa yang kita miliki

$$\omega^2 \hat{\rho} = -\frac{d^2 \hat{p}}{dx^2} + \frac{4}{3} \eta_0 \frac{d^3 \hat{u}}{dx^3}.$$

### Akustik satu dimensi

Perbedaan antara kecepatan ini dan kecepatan  $i\omega (\hat{\rho}^\infty / \rho_0) \delta T$  yang akan terjadi jika tidak ada konduksi panas, dapat diartikan sebagai kecepatan dinding fiktif  $\hat{u}$ . Diberikan oleh

$$\hat{u}_T = i\omega \hat{d}_T = i\omega \int_{-\delta_T}^0 \frac{\hat{\rho} - \hat{\rho}_\infty}{\rho_0} dx = i\omega \int_{-\infty}^0 \frac{\hat{\rho}_e}{\rho_0} dx,$$

Dimana  $\hat{d}_T$  adalah amplitudo perpindahan dinding fiktif. Substitusi larutan

$$\begin{aligned}\hat{d}_T &= \frac{1}{2}(1 - i)\delta_T \left[ \frac{\hat{\rho}_g}{\rho_0} \right]_w, \\ &= \frac{1}{2}(1 - i)\delta_T \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\hat{p}_\infty}{p_0} \quad \text{if } T_w = 0 \text{ (an isothermal wall)}.\end{aligned}$$

Untuk dinding isothermal ( $T_w = 0$ ), efek dinding ini, yang mengarah ke kecepatan efektif  $u_T$ , memiliki efek yang sama dengan gelombang akustik yang datang sebagai impedansi dinding. Impedansi ekuivalen  $Z_T$  ini, didefinisikan sebagai rasio fluktuasi tekanan akustik  $p_\infty$  di dinding dan kecepatan aliran  $u_T$  yang diarahkan ke dinding, kemudian diberikan oleh

$$Z_T = \frac{\hat{p}_\infty}{\hat{u}_T} = \frac{\hat{p}_\infty}{i\omega\hat{d}_T} = \rho_0 c_0 \frac{(1-i)c_0}{(\gamma-1)\omega\delta_T}$$

Solusinya kemudian

$$\hat{u} = \hat{u}_\infty \left[ 1 - \exp\left(\frac{(1+i)y}{\delta_V}\right) \right].$$

Ketebalan perpindahan didefinisikan sebagai posisi dinding fiktif yang aliran massa akustiknya seragam dengan kecepatan  $\hat{u}_\infty$  sama dengan aliran massa sebenarnya. Ini menyiratkan:

$$\hat{d}_V = - \int_{-\infty}^0 \left( 1 - \frac{\hat{u}}{\hat{u}_\infty} \right) dy = -\frac{1}{2}(1-i)\delta_V.$$

Redaman di saluran dengan dinding isothermal.

kami telah mempertimbangkan atenuasi gelombang akustik yang biasanya dipantulkan ke dinding. Atenuasi ini disebabkan oleh konduksi panas di lapisan batas termal. Pada bagian sebelumnya kita telah menjelaskan lapisan batas kental laminar yang terkait dengan gelombang bidang yang merambat di sepanjang saluran (sejajar dengan dinding). Dalam gas, perambatan seperti itu juga akan menyebabkan lapisan batas termal, ditentukan oleh fluktuasi tekanan di sebagian besar aliran. Ekspresi untuk ketebalan perpindahan  $\delta_T$  perhatikan di bagian.

## Akustik satu dimensi

Dimana  $k_0 = \omega / c_0$ . Memperluas ekspresi ini untuk  $\text{small } \delta T \text{ and } \delta V$  (menggunakan fakta bahwa  $\delta V / \delta T = \sqrt{\text{Pr}} = 0$  (1)) dan mempertahankan suku orde pertama, kita mendapatkan hasil dari Kirchhoff

$$k - k_0 = \frac{1}{4}(1 - i) \frac{L_P}{A} \delta_V k_0 \left( 1 + (\gamma - 1) \frac{\delta_T}{\delta_V} \right),$$

yang sesuai dengan Ekspresi yang lebih akurat pada frekuensi rendah, ketika lapisan batas acous-tical tidak tipis, dibahas oleh Tijdeman [232] dan Kergomard [104]. Pada frekuensi tinggi viskositas menjadi signifikan juga di sebagian besar aliran (Pierce [175]). Pada amplitudo tinggi ( $\hat{u} \propto \delta V / v \geq 400$ ) lapisan batas akustik menjadi turbulen (Merkli [135],

Eckmann [55], Akhavan [3], Verzicco [240]). Dalam kasus seperti itu, redaman pada dasarnya menjadi non-linier. Akhavan [3] menyajikan hasil yang menunjukkan bahwa model aliran turbulen kuasi-stasioner memberikan perkiraan pertama yang adil dari tegangan geser dinding. Untuk aliran isothermal (cairan) pendekatan kuasi-stabil menghasilkan perkiraan

$$k^2 - k_0^2 = -\frac{1}{4}ik_0 \frac{L_p}{A} c_f \hat{u}_\infty$$

di mana koefisien gesekan ditentukan (dan ditentukan) oleh

$$4A \quad dp_0$$

diinduksi oleh gelombang bidang, posisi pengamat di penampang pipa acuh tak acuh.

Menerapkan prinsip timbal balik (bagian 3.1) kita melihat bahwa dalam pendekatan frekuensi rendah, sinyal yang diamati juga harus acuh tak acuh untuk posisi sumber di penampang tabung. Oleh karena itu, karena posisi sumber dalam suatu penampang tidak berbeda, kita dapat menganggap sumber tersebut dioleskan di atas penampang ini sehingga menghasilkan sumber 1 dimensi. Oleh karena itu kami mencari fungsi Green satu dimensi yang sesuai  $g(x, t | y, \tau)$  yang ditentukan oleh:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \delta(t - \tau) \delta(x - y).$$

Perbandingan persamaan gelombang ini dengan persamaan gelombang (4,5) dengan adanya istilah sumber  $\rho_0 \partial \beta / \partial t$  dan gaya  $f_x$ :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = c_0^2 \left( \rho_0 \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} - \frac{\partial f_x}{\partial x} \right)$$

menunjukkan bahwa kita dapat mengasumsikan bahwa (4.81) adalah kasus tertentu dari (4.5) for  $f_x = 0$  dan:

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} H(t - \tau) \delta(x - y).$$

Akustik satu dimensi yang juga bisa kita tulis untuk  $x < L$  dimana:

$$g(x, t|y, \tau) = \frac{1}{2c_0} \left\{ H\left(t - \tau - \frac{|x - y|}{c_0}\right) - H\left(t - \tau - \frac{|x + y - 2L|}{c_0}\right) \right\}.$$

Solusi ini juga dapat diperoleh dengan mengasumsikan pipa sebagai bagian dari pipa dengan panjang tak terhingga, di mana pada titik  $x = 2L - y$  sumber titik kedua ditempatkan dengan tanda berlawanan dari andsinkron dengan sumber titik asli  $atx = y$ . Sumber kedua ini, yang disebut sumber gambar, dikonstruksi sedemikian rupa sehingga menghasilkan bidang karena pantulan oleh batas  $atx = L$  masalah aslinya, dan karena itu memberlakukan kondisi batas  $atx = L$ . Metode gambar ini dapat digeneralisasi untuk kasus segmen pipa

hingga ( $0 < x < L$ ). Dalam kasus seperti ini, kita harus mempertimbangkan kontribusi gambar dalam jumlah tak terbatas yang sesuai dengan pantulan gelombang asli di perbatasan. Misalnya, bidang dalam pipa berhingga dengan ujung berdinding keras setara dengan bidang dalam pipa tak hingga dengan sumber yang sama in  $x = -y, \pm 2L \pm y, \pm 4L \pm y, \dots$ . Ini turun ke sebelah kanan -di sisi persamaan 4.81 dari

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - \tau) \left( \delta(x - y - 2nL) + \delta(x + y - 2nL) \right)$$

## 4. Aero-acoustical applications

---

Kami juga mengasumsikan bahwa suhu dan massa jenis pancaran adalah sama dengan suhu lingkungan (fluida homogen dan aliran homentropik). Jika Reynoldsnumber  $Re = u_0 d / \nu \gg 1$  dan Mach number  $M = u_0 / c_0 \ll 1$  kita dapat menggunakan analogi Lighthill dalam form4:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 (\rho_0 v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j}.$$

Saat kami menggunakan fungsi Green yang disesuaikan (kami mengabaikan efek perangkat injeksi aliran), densitas  $\rho$  dapat diperkirakan dengan:

$$\rho'(x, t) = \int_{t_0}^t \iiint_V \frac{\partial^2(\rho_0 v_i v_j)}{\partial y_i \partial y_j} G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) d\mathbf{y} d\tau.$$

Menggunakan perkiraan fungsi Green yang diturunkan di bagian sebelumnya kita memiliki:

$$\rho'(x, t) = \int_{t_0}^t \iiint_V \frac{\partial^2(\rho_0 v_i v_j)}{\partial v_i \partial v_i} g(x, t | \mathbf{y}, \tau) S^{-1} d\mathbf{y} d\tau.$$

### **Akustik satu dimensi**

Dengan  $t_e = t - |x - y| / c_0$ . Integrasi waktu sekarang dapat dilakukan:

$$\rho'(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \iiint_V \frac{1}{2Sc_0^2} [\rho_0 u^2]_{\tau=t_e} \text{sign}(x - y) d\mathbf{y}$$

di mana kami menggunakan properti (C.26) dari fungsi  $\delta$ . Pada jarak yang cukup jauh, satu-satunya skala panjang dalam larutan adalah karakteristik panjang gelombang  $c_0 d / u_0$  sesuai dengan karakteristik frekuensi  $u_0 / d$  dari turbulensi dalam jet. Karenanya kami dapat memperkirakan:

$$\frac{\partial}{\partial x} \simeq \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \simeq \frac{u_0}{c_0 d} = \frac{M_0}{d}.$$

Karena produksi suara dengan turbulensi berkurang sangat cepat dengan penurunan kecepatan aliran rata-rata, volume jet bebas yang berkontribusi pada produksi suara terbatas pada wilayah orde  $d^3$ . Di wilayah ini fluktuasi kecepatan turbulen berada pada orde  $u_0$ . Oleh karena itu kami menemukan pada jarak yang jauh:

$$\rho' \sim \frac{M_0}{d} \frac{\rho_0 u_0^2}{2Sc_0^2} d^3$$

#### 4.1 Aplikasi Aero-akustik

Fungsi Green dihitung dengan menggunakan prinsip timbal balik. Kami mempertimbangkan respons akustik gelembung untuk gelombang bidang yang dipancarkan dari posisi pengamat menuju gelembung. Demi kesederhanaan, kami menganggap gelombang datang ini harmonik  $\hat{p}_{in} = \hat{p}_{in} e^{i\omega t - ikx}$ . Respon tekanan gelembung  $\hat{p}_{bis}$ , seperti yang ditunjukkan pada 5.4.5 (gunakan (4.72) dengan  $\hat{p}_{in} = F_1$  dan  $\hat{p}' = F_2$ ), diberikan oleh:

$$\hat{p}_b = - \frac{\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - \frac{2\pi i a_0 c_w}{S\omega}} \hat{p}_{in}.$$

Menggunakan Bernoulli dan persamaan kontinuitas kita dapat menghitung distribusi tekanan di sekitar gelembung:

$$\hat{p} - \hat{p}_b = -\rho_w i\omega(\varphi - \varphi_b)$$

Dimana :

$$\varphi - \varphi_b = \int_{a_0}^r \frac{i\omega \hat{a} a_0^2}{r^2} dr = i\omega \hat{a} a_0 \left(1 - \frac{a_0}{r}\right).$$

## 4.2 One dimensional acoustics

Pada frekuensi resonansi  $\omega_0$  ini menghasilkan faktor  $(a_0 S / 4\pi r^3)$   $(\rho_w c_w / 3\gamma p_0)$  12 sedangkan untuk frekuensi rendah

kita temukan  $(a_0 / r)^3 (p_{wc2w} / 3\gamma p_0)$ . Jika  $\text{Ifr} = 0$  ( $a_0$ ) kita melihat bahwa suara yang dihasilkan oleh turbulensi di sekitar gelembung akan meningkat secara dramatis. Kontribusi utama dari interaksi turbulensi gelembung akan berada pada frekuensi rendah.

Alasan penting untuk ini adalah bahwa untuk kondisi tipikal dalam aliran air, skala panjang pusaran yang berhubungan dengan fluktuasi tekanan pada frekuensi resonansi gelembung  $\omega_0 / 2\pi$  jauh lebih kecil daripada bubbleradius [43]. Dalam kasus seperti itu fluktuasi tekanan ini dirata-ratakan pada permukaan gelembung dan tidak memiliki kontribusi yang signifikan terhadap osilasi bola gelembung. Contoh produksi

suara oleh gelembung dalam aliran pipa adalah suara khas dari sistem pemanas sentral ketika udara ada di dalam pipa. Juga suara romantis aliran air dan air mancur didominasi oleh gelembung. Namun, dalam kasus tersebut, kita memiliki lingkungan tiga dimensi.

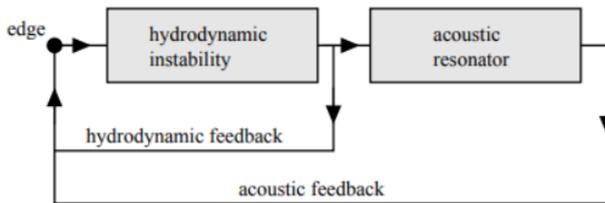
## 5. Resonator dan osilasi mandiri

---

### 5.1 Osilasi mandiri, lapisan geser, dan jet

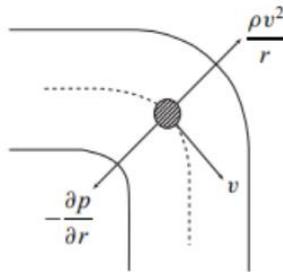
Saat menggunakan analogi Lighthill untuk memperkirakan intensitas suara yang dihasilkan oleh aliran turbulen pada bagian kami mengasumsikan bahwa sumber suara tidak bergantung pada medan akustik. Asumsi tersebut tidak dibenarkan tetapi tampaknya masuk akal jika kecepatan akustik dalam aliran tersebut "cukup kecil". Faktanya, hipotesis ini terpatahkan dalam sebagian besar dari beberapa kasus yang sangat menarik. Pada sebagian kasus-kasus ini, umpan balik akustik (pengaruh bidang suara pada sumber suara) menghasilkan terjadinya

osilasi harmonik yang terdefinisi dengan tajam, karena ketidakstabilan aliran. Whistling, jet-screech dan reheat-buzz adalah contoh osilasi tersebut. Secara umum, pemeliharaan pada osilasi tersebut menyiratkan adanya putaran umpan balik seperti yang ditunjukkan pada gambar 5.1.



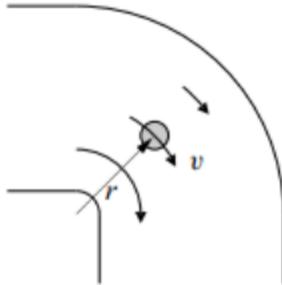
Dalam kebanyakan kasus bidang akustik berinteraksi dengan aliran hidrodinamik yang secara intrinsik tidak stabil (jet, geser lapisan) di tepi yang tajam di mana aliran terpisah dari dinding. Titik pemisah ini tampaknya adalah

wilayah terlokalisasi di mana aliran akustik dan aliran hidrodinamik digabungkan dengan kuat. Interaksi ini perlu dipertimbangkan secara mendetail. Pada prinsipnya, jika aliran itu tanpa gesekan dan dijelaskan secara akurat dengan aliran potensial, kecepatan di tepi akan menjadi besar tak terhingga. Ini dapat dipahami dengan mempertimbangkan aliran dalam pipa di suatu tikungan (gambar 5.2).



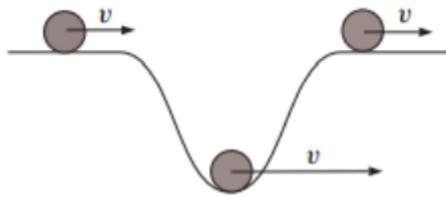
Partikel fluida yang melewati tikungan mengalami gaya sentrifugal  $\rho v^2 / r$  per

volume satuan. Jika alirannya tidak bergerak, jelas harus ada gaya sentripetal yang mengkompensasi gaya sentrifugal. Dalam gesekan aliran satu-satunya gaya yang tersedia adalah gradien tekanan  $-\partial p / \partial r$ . Karenanya, kami melihat bahwa tekanan di dinding luar pada tikungan harus lebih besar daripada di dinding bagian dalam. Menggunakan persamaan Bernoulli untuk stasioner aliran mampat ( $p + \frac{1}{2} \rho v^2 =$  konstanta) kita simpulkan bahwa kecepatan di dinding bagian dalam lebih besar daripada di dinding luar! (Lihat gambar 5.3.)



Kita juga dapat menemukan hasil ini secara kinematis dengan memperhatikan bahwa jika sebuah partikel dalam aliran irrotasional mengikuti jalur melengkung yang seharusnya ada gradien  $\partial v / \partial r$  yang "mengkompensasi" rotasi partikel yang terpengaruh karena mengikuti jalur yang melengkung. Fakta bahwa tekanan lebih besar di dinding luar juga bisa dipahami sebagai konsekuensi dari inersia aliran yang mencoba mengikuti arah

yang lurus dan membentur dinding. Tekanan yang terbentuk pada dinding dari medan gaya diperlukan untuk membengkokkan garis arus.

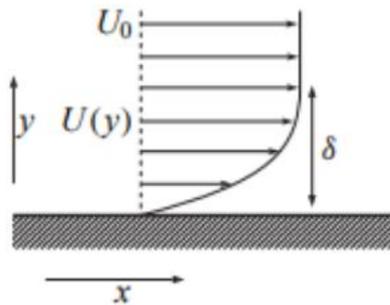


Sebuah partikel pada aliran yang dekat dengan dinding bagian dalam menyerupai bola yang menggelinding kedalam sumur (gambar 5.4).

Persamaan Bernoulli yang dalam hal ini mewakili hukum kekekalan energi mekanik, menyatakan bahwa penurunan tekanan menandakan penurunan energi potensial  $p$

yang dikompensasikan dengan peningkatan energi kinetik  $\frac{1}{2} \rho v^2$ . Ketika meninggalkan sumur (menekuk), energi kinetik diubah lagi menjadi tekanan saat partikel naik lagi (gradien tekanan yang merugikan). Aliran tanpa gesekan hanya mungkin terjadi pada jarak yang jauh dari dinding. Bahkan pada bilangan tinggi Reynolds selalu ada yang daerah yang tipis pada dinding di mana gaya gesekannya sama dengan magnitudenya layaknya gaya inersia. Kami menyebut daerah tipis dari ketebalan  $\delta$  lapisan perbatasan yang kental. Hal ini dapat dibuktikan karena alirannya merupakan semi-paralel. Tekanan pada lapisan batas seragam dan sama dengan tekanan lokal dari aliran tanpa

gesekan diluar lapisan batas. Lebih tepatnya: ini menandakan bahwa gradien tekanan normal  $n \cdot \nabla p$  pada dinding dapat diabaikan di lapisan batas. Pada lapisan batas, gesekan memperlambat aliran untuk memenuhi “Kondisi perbatasan tanpa selip” pada dinding:  $v = 0$  (untuk dinding tetap; gambar 5.5).



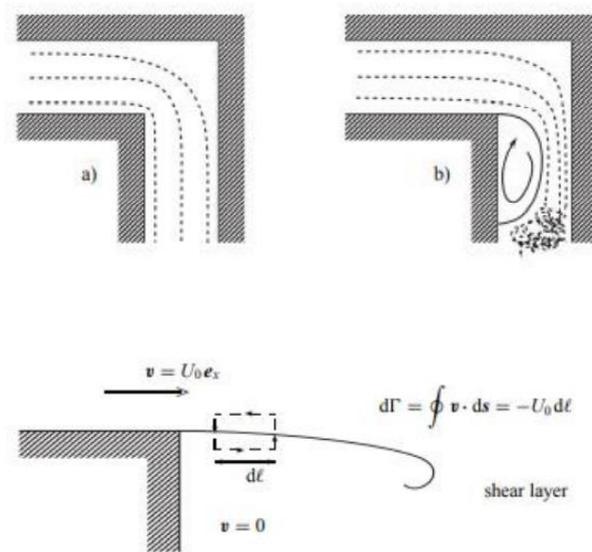
Seperti yang dijelaskan pada gambar 5.5 aliran di lapisan batas tidak irotasional.

Lapisan batas merupakan daerah konsentrasi vortisitas.

Jika sekarang kita pertimbangkan tikungan tajam, kecepatan mengikuti teori aliran potensial sekarang akan menjadi sangat besar di bagian dalam edge (gambar 5.6). (Ini dapat diverifikasi dengan integrasi radial hukum kekekalan momentum.) Asumsi yang digunakan untuk menurunkan pola aliran rusak: istilah kental  $\eta \nabla^2 v$  yang kami miliki diabaikan dalam persamaan gerak menjadi dominan di dekat tepi. Ini menghasilkan pemisahan aliran. Pemisahan aliran bisa dipahami secara kualitatif ketika kita memikirkan bola pada gambar 5.4 dalam kasus sumur yang sangat dalam dan dengan

adanya gesekan. Sedemikian kasus bola tidak pernah berhasil memanjat tekanan yang kuat gradien tepat di belakang tepi. Pemisahan lapisan batas di tepi menyiratkan injeksi vortisitas di aliran utama. Vortisitas ini terkonsentrasi di lapisan geser yang memisahkan aliran rata-rata dari wilayah perairan mati (gambar 5.6) tepat di belakang tikungan. Mengambil sirkulasi di sepanjang jalan yang menutupi bagian dari gunting seperti itu lapisan dengan jelas menunjukkan bahwa sirkulasi per satuan panjang ( $d_0 / d'$ ) pada lapisan geser adalah sama dengan kecepatan melompat melintasi lapisan:  $d_0 / d' = 1v$  (gambar 5.7). Proses pemisahan yang kompleks ini dapat dijelaskan dalam kerangka

teori tanpa gesekan oleh menyatakan bahwa kecepatan di tepi yang tajam harus tetap terbatas. Yang disebut "kondisi Kutta" ini menyiratkan



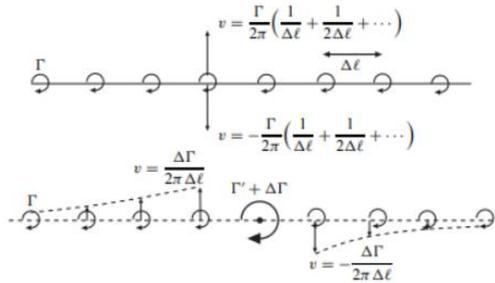
bahwa lapisan geser tipis harus ditumpahkan di tepi. Lapisan geser berisi distribusi vortisitas sedemikian rupa sehingga kecepatan yang

diinduksi di tepi oleh vortisitas hanya mengkompensasi singularitas dari aliran potensial (yang akan ada jika tidak ada lapisan geser). Dapat dibuktikan bahwa kondisi ini juga mengimplikasikan bahwa lapisan geser dilepaskan secara tangensial ke dinding di sisi tepi di mana kecepatan aliran adalah yang terbesar. Validitas kondisi Kutta untuk arus yang tidak stabil telah menjadi subyek kontroversi yang cukup lama. Saat ini untuk ujung yang tajam ini adalah prinsip yang diterima. Oleh karena itu, jika di samping aliran stasioner, kami menerapkan aliran potensial yang tidak stabil (gangguan akustik) jumlah vortisitas yang dilepaskan di tepi akan dimodulasi karena kami memodifikasi aliran

potensial tunggal di tepi. Oleh karena itu, kami melihat bahwa dalam teori aliran potensial, tepi tajam memainkan peran penting karena mereka adalah lokasi di mana aliran potensial dapat menghasilkan vortisitas oleh karena itu tidak mengherankan bahwa dalam sifat umpan balik dari bidang akustik pada aliran akan sering terkonsentrasi di tepi. Osilasi mandiri menyiratkan penguatan gangguan akustik aliran utama ketidakstabilan aliran (ini adalah pasokan energi di loop umpan balik). Ketidakstabilan lapisan geser tipis dapat dipahami dengan mempertimbangkan sebagai model deretan pusaran garis yang sangat panjang dalam aliran 2-D (gambar 5.8).

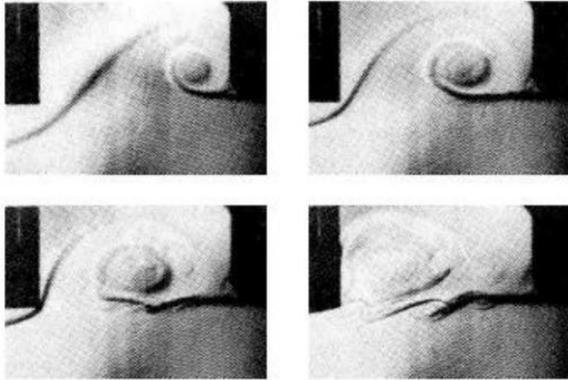
Kecepatan yang diinduksi oleh pusaran garis dengan kekuatan  $\Gamma$  dihitung menggunakan hukum BiotSavart:

di mana  $r$  adalah jarak antara titik di mana kecepatan dan pusarannya kita pertimbangkan. Seperti yang kita lihat pada gambar 5.8a deretan pusaran adalah (meta) stabil karena kecepatan yang diinduksi pada pusaran tertentu oleh pusaran di kiri titik hanya dikompensasi oleh kecepatan yang Pada aliran incompressible frictionless dua dimensi  $D\omega / Dt = 0$  sehingga tidak terjadi interaksi antar vortikal. dan aliran potensial yang dapat berubah  $\omega$  dalam aliran.



diinduksi oleh pusaran di sebelah kanan (dengan simetri). Bagaimanapun, situasi metastabil karena setiap gangguan akan menyebabkan aliran yang tumbuh ketidakstabilan. Misalnya perpindahan lateral dari salah satu pusaran keluar dari baris sudah cukup. Karenanya kita memahami (gambar 5.8b) bahwa modulasi vortisitas oleh gangguan akustik dapat menyebabkan a menggulung lapisan geser menjadi struktur

pusaran seperti yang ditunjukkan pada gambar 5.9.



Jenis aliran yang paling tidak stabil adalah aliran antara dua lapisan geser dengan vortisitas yang berlawanan: jet dan bangun (gambar 5.10). Bangun tampak sangat tidak stabil ketika gaya gesekan cukup kecil (di atas bilangan Reynolds tertentu) itu benar-benar tidak stabil [88]. Karenanya, gangguan apa pun akan terjadi dalam pemecahan struktur

bangun yang ditunjukkan pada gambar 5.10. Hasil khas dari ini adalah terjadinya pusaran, secara berkala dilepaskan dari silinder untuk  $Re > 50$ , yang dikenal sebagai pusaran Von Kármán [18]. Penumpahan pusaran berkala ini bertanggung jawab atas peluit khas bagasi kosong jaringan di mobil. Sebuah jet yang dibiarkan sendiri (jet bebas) juga akan menunjukkan beberapa osilasi tertentu pada Reynolds moderat angka ( $Re = O(10^3)$ ) [16]. Turbulensi, bagaimanapun, akan membunuh semua struktur yang jelas di Reynolds yang lebih tinggi angka. Sebuah jet membutuhkan sedikit bantuan untuk mulai bersiul.

Ulasan ekstensif osilasi jet ini diberikan oleh Blake dan Powell [17], Rockwell [205,

207], dan Verge [236]. Kami menganggap di sini hanya dua contoh: - nada tepi; - pekatan jet.

## 5.2 Aplikasi Resonansi

Dalam kasus pertama osilasi jet dikendalikan dengan menempatkan tepi tajam di jet. Interaksi jet dengan tepi menginduksi aliran ketergantungan waktu yang kompleks. Pada bilangan Mach rendah, aliran dapat digambarkan secara lokal sebagai aliran yang tidak dapat dimampatkan aliran (kompak) dan deskripsi osilasi jet bisa diperoleh tanpa mempertimbangkan propagasi suara atau radiasi [40]. Seperti kondisi fasa dalam loop umpan balik ditentukan oleh waktu tempuh gangguan di sepanjang jet, frekuensi osilasi

akan secara kasar sebanding dengan kecepatan aliran utama  $V_0$  di jet. Osilasi mandiri terjadi untuk frekuensi-frekuensi yang fase sinyal berubah dengan kelipatan  $2\pi$  saat sinyal bergerak di sekitar umpan balik. Kami menerima umpan balik seketika dari interaksi jet-edge menuju titik pemisahan dari dimana lapisan geser yang membatasi jet muncul. Fase pergeseran karena itu ditentukan oleh jet. Sebagai urutan kasar pertama, perkiraan gangguan masuk lapisan geser dengan kompromi antara kecepatan di kedua sisi lapisan geser (sekitar  $1/2 V_0$ ). A lebih akurat perkiraan dapat diperoleh dengan mempertimbangkan perbanyakan gangguan sangat kecil pada jet tak hingga seperti yang

diusulkan oleh Rayleigh [16, 186]. Terlepas dari kesederhanaan yang tampak dari geometri teori analitik yang tepat dari ketidakstabilan nada tepi belum tersedia. Seperti dalam kasus banyak fenomena familiar lainnya, tidak ada teori "pasti" sederhana untuk itu osilasi jet. Sebenarnya, model paling kasar seperti yang dikemukakan oleh Holger [79] juga tidak kalah realistisnya daripada model yang tampaknya lebih akurat. Teori linier yang paling masuk akal hingga saat ini adalah yang dikemukakan oleh Crighton [40]. Masalah utama dari teori linier seperti itu adalah bahwa ia hanya memprediksi kondisi di mana sistem stabil atau tidak stabil. Itu tidak dapat memprediksi

amplitudo osilasi mandiri. Di akhir bab ini kami akan melakukannyamendiskusikan model Nelson [158] untuk lapisan geser yang sangat mirip dengan model Holger [79] untuk jet bebas yang berosilasi. Kedua model memprediksi amplitudo untuk produksi suara dengan cara berosilasi mengalir. Menempatkan konfigurasi nada tepi seperti itu di dekat resonator akustik akan mempengaruhi secara dramatis tingkah laku.

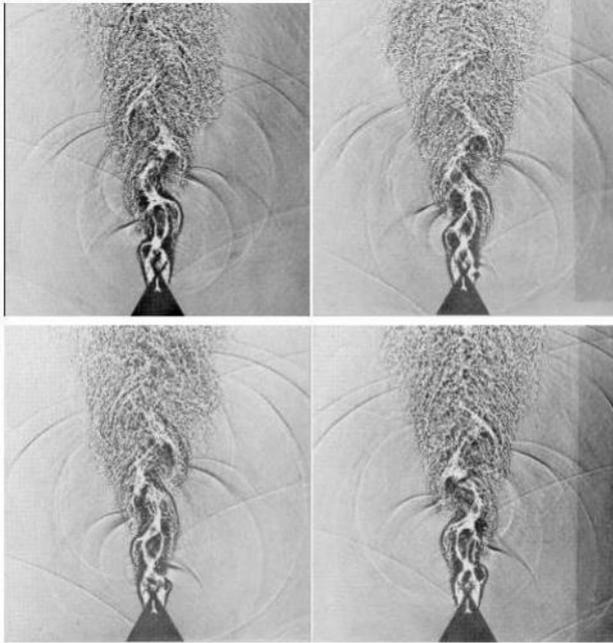
Resonator adalah wilayah ruang terbatas tempat energi akustik dapat terakumulasi, sama seperti energi mekanik dapat terakumulasi dalam osilasi sistem pegas massa. Suara itu dipancarkan hasil interaksi edge-jet sekarang di jalur umpan balik kedua

melalui osilasi resonator. Dalam kasus seperti itu, resonator sering kali membebankan frekuensi resonansinya ke sistem. Perubahan fase bahwa sinyal mengalami saat berjalan di sekitar loop umpan balik sekarang tidak hanya ditentukan oleh jet tetapi juga oleh keterlambatan respon akustik dari resonator yang berpartisipasi. Kondisi osilasi masih bahwa perubahan fase total harus kelipatan  $2\pi$ . Ketika frekuensi mendekati frekuensi resonansi dari resonator, variasi kecil dalam frekuensi menghasilkan pergeseran fasa yang besar dan ini dengan mudah mengkompensasi perubahan waktu perjalanan di sepanjang jet. Contoh dari sistem seperti itu adalah seruling atau alat

perekam. Dalam banyak buku teks, osilasi seruling digambarkan sebagai sistem nada tepi yang digerakkan secara akustik. Itu Agaknya tragikomik yang menggambarkan sebuah sistem yang ingin kita pahami dari segi perilaku sistem yang hampir tidak kita mengerti. Seperti yang dinyatakan oleh Coltman [32] ini adalah “agak melingkar prosedur mengingat fakta bahwa ada banyak celah dalam landasan teori untuk keduanya ”. Sederhana model perekam diusulkan oleh Fabre [59] dan Verge [238, 236, 237, 239]. Itu memang muncul bahwa perekam bukan sekadar "nada tepi" yang digabungkan dengan resonator. Kami tidak selalu membutuhkan keunggulan untuk osilasi jet.

Dalam jet screech kami memiliki jet supersonik yang mana memiliki struktur sel karena pembentukan guncangan dan ekspansi saat tekanan jet di pintu keluar tidak sama dengan lingkungan (gambar 5.11). Interaksi gangguan akustik dengan tepi pada hasil keluar pipa ke dalam formasi pusaran gudang secara berkala. Interaksi pusaran dengan gelombang kejut muncul untuk menghasilkan pulsa akustik yang kuat. Khususnya interaksi dengan file sel ketiga tampaknya menghasilkan sumber suara periodik yang terlokalisasi. Gelombang akustik bergerak kembali menuju pintu keluar pipa melalui lingkungan jet yang diam. Putaran umpan balik ini dapat diblokir dengan

menempatkan dinding bahan penyerap di sekitar jet [176, 207]. Ini mengurangi osilasi jet, mendemonstrasikan bahwa loop umpan balik yang dijelaskan adalah yang mengontrol osilasi jet. Sebuah review dari beberapa osilasi aliran supersonik terkait diberikan oleh Jungowski [101]. Banyak fitur yang diamati dalam osilasi jet juga dapat diamati pada lapisan geser yang memisahkan aliran utama seragam dari wilayah air mati di rongga [206] (cabang samping tertutup dalam sistem pipa atau atap terbuka mobil). Kita akan membahas jenis osilasi ini setelah kita membahas akustiknya dari beberapa jenis dasar resonator akustik.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Abramowitz and I.A. Stegun, editors. Handbook of Mathematical Functions, New York, 1964. National Bureau of Standards, Dover Publications, Inc.
- [2] G. Ajello. Mesures acoustique dans les guides d'ondes en présence d'écoulement. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1997.
- [3] R. Akhavan, R.D. Kamm, and A.H. Shapiro. An investigation of transition to turbulence in bounded oscillatory Stokes flows. Part 1, experiments. Journal of Fluid Mechanics, 225:395–422, 1991.
- [4] D.G. Albert. Observations of acoustic surface waves in outdoor sound propagation. Journal of the Acoustical Society of America, 113(5):2495–2500, 2003.
- [5] R. Althaus. Subharmonic acoustic resonances. In Proceedings 16th Int. Symp. Shock Tubes And Waves (1987), D. Weinheim, editor, Aachen, 1988. VCH Verlagsgesellschaft.
- [6] A.B.C. Anderson. Structure and velocity of the periodic vortex-ring flow pattern of a primary Pfeifenton (pipe tone) jet. Journal of the Acoustical Society of America, 27:1048–1053, 1955.
- [7] K. Attenborough. Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces.

Journal of Sound and Vibration, 99:521–544, 1985.

- [8] Y. Aurégan and M. Leroux. Experimental evidence of an instability over an impedance wall in a duct flow. *Journal of Sound and Vibration*, 317:432–439, 2008.
- [9] B.J. Bayly. Onset and equilibration of oscillations in general Rijke devices. *Journal of the Acoustical Society of America*, 79:846–851, 1986.
- [10] D.W. Bechert. Sound absorption caused by vorticity shedding, demonstrated with a jet flow. *Journal of Sound and Vibration*, 70:389–405, 1980.
- [11] D.W. Bechert. Excitation of instability waves in free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 186:47–62, 1988.
- [12] A.H. Benade and E.V. Jansson. On plane and spherical waves in horns with nonuniform flare. i. theory of radiation, resonance frequencies, and mode conversion. *Acustica*, 31(2):79–98, 1974.
- [13] C.M. Bender and S.A. Orszag. *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1978.
- [14] R.B. Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.
- [15] L. Bjørnø and P.N. Larsen. Noise of air jets from rectangular slits. *Acustica*, 54:247–256, 1984.

- [16] W.K. Blake. *Mechanics of Flow-induced Sound and Vibration, Volume I*. Academic Press, Orlando, 1986.
- [17] W.K. Blake and A. Powell. The development of contemporary views of flow-tone generation. In *Recent Advances in Aeroacoustics*, New York, 1983. Springer-Verlag.
- [18] R.D. Blevins. *Flow-induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold, New York, 2nd edition, 1990.
- [19] G.J. Bloxsidge, A.P. Dowling, N. Hooper, and P.J. Langhorne. Active control of reheat buzz. *AIAA Journal*, 26:783–790, 1988.
- [20] E.J. Brambley. Fundamental problems with the model of uniform flow over acoustic linings. *Journal of Sound and Vibration*, 322:1026–1073, 2009.
- [21] E.J. Brambley. A well-posed modified myers boundary condition. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Stockholm, Sweden, June 7–9 2010. AIAA-2010-3942.
- [22] E.J. Brambley and N. Peake. Surface-waves, stability, and scattering for a lined duct with flow. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Cambridge, MA, May 8–10 2006. AIAA-2006-2688.
- [23] L.M. Brekhovskikh. Surface waves in acoustics. *Sov. Phys. Acoust.*, 5(1):3–12, 1959.
- [24] H.H. Brouwer. On the use of the method of matched asymptotic expansions in propeller aerodynamics and acoustics.

Journal of Fluid Mechanics, 242:117–143, 1992.

- [25] J.C. Bruggeman, A. Hirschberg, M.E.H. van Dongen, A.P.J. Wijnands, and J. Gorter. Self-sustained aero-acoustic pulsations in gas transport systems: experimental study of the influence of closed side branches. *Journal of Sound and Vibration*, 150:371–393, 1991.
- [26] J.C. Bruggeman, J.C. Vellekoop, F.G.P. v.d. Knaap, and P.J. Keuning. Flow excited resonance in a cavity covered by a grid: theory and experiments. *Flow Noise Modeling, Measurement and Control ASME, NCA Volume 11/FED Volume 130*:135–144, 1991.
- [27] S.M. Candel and T.J. Poinsot. Interactions between acoustics and combustion. *Proceedings of the Institute of Acoustics*, 10(2):103–153, 1988.
- [28] D.C. Champeney. *A Handbook of Fourier Theorems*. Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- [29] C.J. Chapman. Sound radiation from a cylindrical duct. part 1. ray structure of the duct modes and of the external field. *Journal of Fluid Mechanics*, 281:293–311, 1994.
- [30] W. Chester. Resonant oscillations in closed tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, 18:44, 1964.
- [31] J.-F. Chevaugéon, N. Remacle and X. Gallez. Discontinuous galerkin implementation of the Extended Helmholtz resonator impedance model in time

domain. In 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, MA, May 8–10 2006. AIAA-2006-2569.

- [32] J.W. Coltman. Jet drive mechanism in edge tones and organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60:725–733, 1976.
- [33] J.W. Cooley and J.W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series. *Math. Comput.*, 19:297–301, 1965.
- [34] A.J. Cooper and N. Peake. Propagation of unsteady disturbances in a slowly varying duct with mean swirling flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 445:207–234, 2001.
- [35] R. Courant and D. Hilbert. *Methods of Mathematical Physics, Volume II*. Interscience Publishers (John Wiley & Sons), 1962.
- [36] L. Cremer and M. Heckl. *Structure-Borne Sound*. Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition, 1988. Translated and revised by E.E. Ungar.
- [37] D.G. Crighton. Basic principles of aerodynamic noise generation. *Progress in Aerospace Sciences*, 16(1):31–96, 1975.
- [38] D.G. Crighton. Scattering and diffraction of sound by moving bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 72:209–227, 1975.
- [39] D.G. Crighton. The Kutta condition in unsteady flow. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17:411–445, 1985.

- [40] D.G. Crighton. The jet edge-tone feedback cycle; linear theory for the operating stages. *Journal of Fluid Mechanics*, 234:361–391, 1992

## Tentang Penulis



Erna Kusuma Wati lahir di Sukoharjo 22 Januari 1989. Merupakan Alumni SMA Negeri 1 Klaten yang menyelesaikan Studi Pendidikan Fisika dari Fakultas MIPA Universitas Negeri Yogyakarta (2010), Master of Science ilmu Fisika dari Universitas Gadjah Mada Yogyakarta (2013). Saat ini merupakan Dosen aktif di Program Studi Teknik Fisika Universitas Nasional, Jakarta.

ISBN 978-623-7376-72-9



9 786237 376729